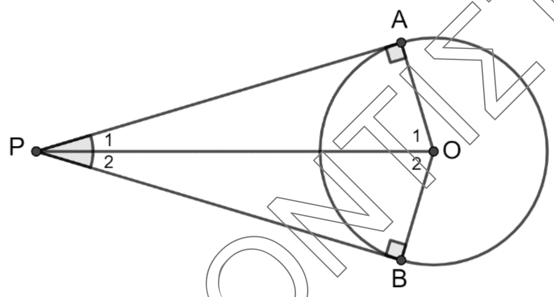
ΤΑΞΗ: **Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

Ημερομηνία: Σάββατο 2 Μαΐου 2026
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

Α1. Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.



Μονάδες 15

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\beta-\gamma<\alpha<\beta+\gamma$ όπου $\beta\geq\gamma$.

β) Δύο κύκλοι (K, R_1) και (Λ, R_2) εφάπτονται εσωτερικά αν $\mathrm{K}\Lambda = R_1 + R_2$.

γ) Αν ένα τρίγωνο έχει δύο οξείες γωνίες τότε είναι οξυγώνιο.

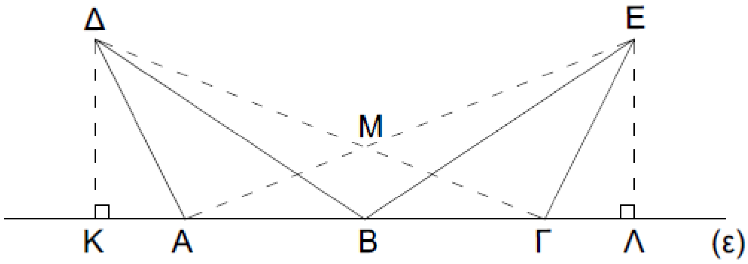
δ) Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος αν οι διαγώνιοί του είναι κάθετοι.

ε) Ορθόκεντρο ενός τριγώνου είναι το σημείο τομής των υψών του τριγώνου.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Έστω ευθεία (ε) και πάνω σε αυτή τρία σημεία Α, Β, Γ ώστε $\mathrm{AB}=\mathrm{B}\Gamma$. Στο ίδιο ημιεπίπεδο παίρνουμε δύο σημεία Δ και Ε ώστε $\Delta\mathrm{A}=\mathrm{E}\Gamma$ και $\Delta\mathrm{B}=\mathrm{EB}$ και Μ το σημείο τομής των $\Delta\Gamma$ και EA. Αν $\Delta\mathrm{K}$ και $\mathrm{E}\Lambda$ οι προβολές των σημείων Δ και Ε στην ευθεία (ε) όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα τότε:



Να δείξετε ότι:

Β1. Τα τρίγωνα $ΑΔΒ$ και $ΒΕΓ$ είναι ίσα.

Μονάδες 7

Β2. Τα τρίγωνα $ΑΔΓ$ και $ΑΕΓ$ είναι ίσα.

Μονάδες 7

Β3. Το τρίγωνο $ΑΜΓ$ είναι ισοσκελές.

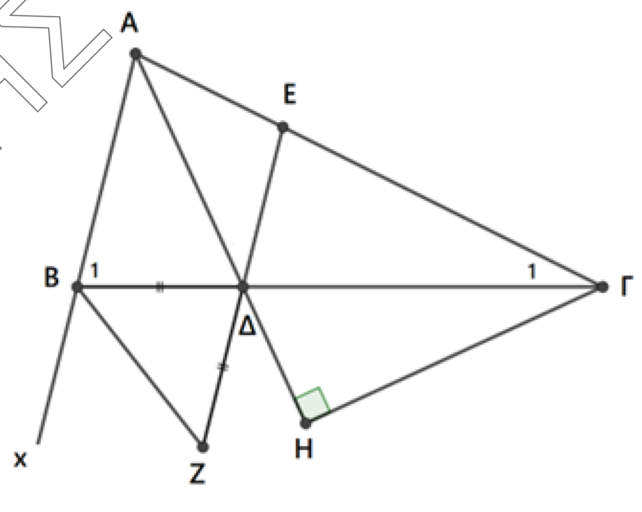
Μονάδες 4

Β4. Τα σημεία $Δ, Ε$ ισαπέχουν από την ευθεία ε.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ ($ΑΒ < ΑΓ$), έστω ΑΔ η διχοτόμος της γωνίας Α. Από το Δ φέρνουμε παράλληλη προς την πλευρά ΑΒ η οποία τέμνει την ΑΓ στο Ε. Στην προέκταση της ΕΔ προς το Δ θεωρούμε σημείο Ζ τέτοιο ώστε ΔΖ=ΔΒ. Στην προέκταση του ΑΔ φέρνουμε $ΓΗ \perp ΑΔ$, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα τότε:



Να δείξετε ότι:

Γ1. Το τρίγωνο $ΑΔΕ$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 5

Γ2. Η ΒΖ είναι διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας της κορυφής Β του τριγώνου ΑΒΓ.

Μονάδες 6

Αν $2\cdot\hat{\Gamma}_1-\hat{B}_1=\dfrac{B\hat{A}\Gamma}{2}$ και $\hat{B}_1-\hat{\Gamma}_1=20^0$ τότε:

Γ3. i) $B\hat{A}\Gamma=60^0$.

Μονάδες 6

ii) $2H\Gamma=A\Gamma$.

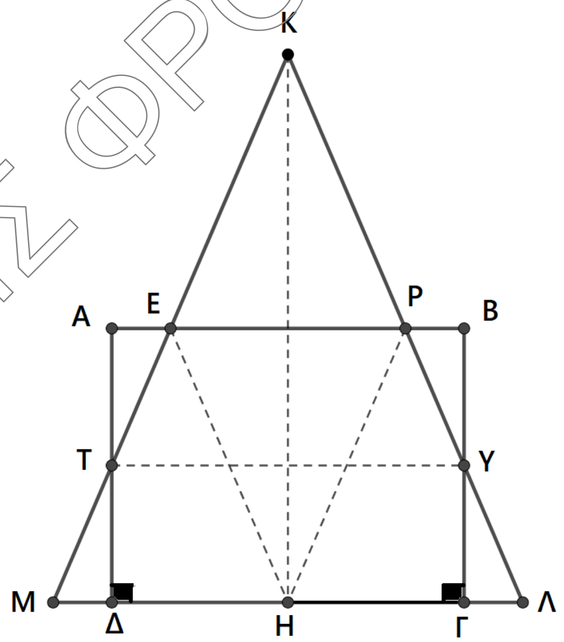
Μονάδες 4

Γ4. Να δείξετε ότι $AE<E\Gamma$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται ισοσκελές τρίγωνο ΚΜΛ με ΚΜ=ΚΛ και ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ που τέμνει τις πλευρές ΚΜ, ΚΛ, ΜΛ στα σημεία Ε, Ρ, Γ, Δ αντίστοιχα. Έστω Τ, Υ, Ε, Ρ τα μέσα των τμημάτων ΕΜ, ΡΛ, ΚΜ και ΚΛ αντίστοιχα. Φέρνουμε $KH\perp M\Lambda$, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα:



Να δείξετε ότι:

Δ1. Τα τρίγωνα ΜΤΔ και ΓΥΛ είναι ίσα.

Μονάδες 7

Δ2. i) Το τετράπλευρο ΔΤΥΓ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 4

ii) Το τετράπλευρο ΜΤΥΛ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Μονάδες 2

Δ3. $ΤΥ = \frac{3ΜΛ}{4}$.

Μονάδες 6

Δ4. Το τετράπλευρο $ΚΡΗΕ$ είναι ρόμβος.

Μονάδες 6