

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 18 Απριλίου 2026

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ να δείξετε ότι:

$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}.$$

Μονάδες 10

A2. Να συμπληρώσετε το παρακάτω σταυρόλεξο μεταφέροντας στο τετράδιό σας τον πίνακα Ι με τις λέξεις που λείπουν στις προτάσεις που αναφέρονται οριζόντια και κάθετα.

				(1)				
(1)								
(2)								(2)
(3)								

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι

Οριζόντια		Κάθετα	
1.		1.	
2.		2.	
3.			

Οριζόντια

1. Η παράσταση $ax^2 + bx + \gamma$, με $a \neq 0$ λέγεται
2. Στην εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ η παράσταση $\beta^2 - 4\alpha\gamma$ ονομάζεται
3. Μια ακολουθία που ο κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενό του με πρόσθεση του ίδιου πάντοτε αριθμού λέγεται

Κάθετα

1. Η διαδικασία με την οποία κάθε στοιχείο του συνόλου Α αντιστοιχίζεται σε ένα ακριβώς στοιχείο του συνόλου Β λέγεται
2. Η ανίσωση $0 \cdot x > 5$ ονομάζεται

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει ότι $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 - \beta^3$.

β. Αν $\alpha \geq 0$, τότε: $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$.

γ. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$.

δ. Η εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς x_1 και x_2 , με $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 \cdot x_2$, είναι η $x^2 - S \cdot x + P = 0$.

ε. Αν η γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία $\varepsilon: y = ax + \beta$ με τον άξονα xx' είναι οξεία, τότε η κλίση της $a < 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt[3]{8|x|} + |-x| - 6 = 0$.

Μονάδες 6

B2. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{x-2}{3} - x < \frac{3+x}{2} - 1$.

Μονάδες 7

B3. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $|x-3| \leq 2$.

ii) $|x-6| > 2$.

Μονάδες 6

B4. Σε έναν ευθύ δρόμο (δες σχήμα) υπάρχουν:

Ένα κατάστημα στην θέση $x=3$.

Ένα σημείο οδικών έργων στην θέση $x=6$.



i) Ένας διανομέας εξυπηρετεί πελάτες σε απόσταση το πολύ 2km από το κατάστημα. Ποια ανίσωση του ερωτήματος B3 περιγράφει τις δυνατές θέσεις εξυπηρέτησης;

Μονάδες 2

ii) Αν προσωρινά επιτρέπεται η κυκλοφορία σε απόσταση μεγαλύτερη των 2km από τη σημείο των έργων ποιες είναι τελικά οι θέσεις που μπορεί να εξυπηρετήσει ο διανομέας;

Μονάδες 4**ΘΕΜΑ Γ**

Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2 + ax + \beta$ με $x \in \mathbb{R}$ όπου

- $\alpha = \sqrt{2\sqrt{2}-2} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}+2}$
- η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο (2,5)

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = -3$.

Μονάδες 5

Γ2. i) Να βρείτε τα σημεία, στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τους άξονες xx' και yy' .

Μονάδες 4

ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται κάτω από τον άξονα xx' .

Μονάδες 4

Γ3. Αν ο α_1 είναι ο πρώτος όρος μιας αριθμητικής προόδου με $\alpha_1 = f(-1)$ και ο α_2 είναι ο δεύτερος όρος της ίδιας αριθμητικής προόδου με $\alpha_2 = f(3)$, να βρείτε:

i) Τις τιμές α_1 και α_2 .

Μονάδες 4

ii) Τον δέκατο τέταρτο όρο α_{14} της προόδου.

Μονάδες 4

iii) Το άθροισμα των πρώτων 14 όρων S_{14} της προόδου.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + (2\lambda - \lambda^2)$ με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να δείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου ισούται με $\Delta = (\lambda - 1)^2$, και να δικαιολογήσετε ότι έχει πραγματικές ρίζες για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

Δ2. Για ποιες τιμές του λ το τριώνυμο έχει ρίζες ετερόσημες.

Μονάδες 7

Δ3. Για τις τιμές του λ όπου το τριώνυμο έχει ρίζες x_1, x_2 ετερόσημες (Δ2 ερώτημα) και α, β δύο πραγματικοί αριθμοί με $\alpha < x_1 < x_2 < \beta$ να προσδιορίσετε το πρόσημο της παράστασης $\frac{\alpha \cdot f(\alpha)}{\beta \cdot f(\beta)}$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Δ4. Για $\lambda = 3$ και x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\frac{1}{4}x^2 - x + (2\lambda - \lambda^2) = 0$, να βρείτε την εξίσωση 2^{ου} βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς x_1^2 και x_2^2 .

Μονάδες 7