

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 18 Απριλίου 2026

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σελίδα 90 σχολικού βιβλίου .

Α2.

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι			
Οριζόντια		Κάθετα	
1.	ΤΡΙΩΝΥΜΟ	1.	ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ
2.	ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑ	2.	ΑΔΥΝΑΤΗ
3.	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ		

Α3 α. Λ

β. Σ

γ. Σ

δ. Σ

ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. $\sqrt[3]{8}|x| + |-x| - 6 = 0 \Leftrightarrow 2|x| + |x| - 6 = 0 \Leftrightarrow 3|x| - 6 = 0 \Leftrightarrow 3|x| = 6 \Leftrightarrow$

$|x| = 2 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ή } x = -2.$

B2. $\frac{x-2}{3} - x < \frac{3+x}{2} - 1 \Leftrightarrow 6 \cdot \frac{x-2}{3} - 6 \cdot x < 6 \cdot \frac{3+x}{2} - 6 \cdot 1 \Leftrightarrow$

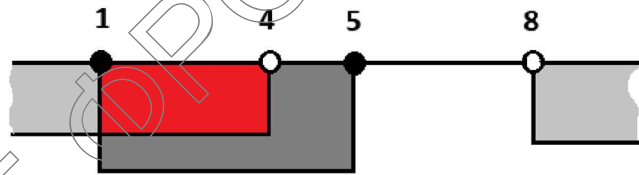
$2 \cdot (x-2) - 6x < 3 \cdot (3+x) - 6 \Leftrightarrow 2x - 4 - 6x < 9 + 3x - 6 \Leftrightarrow$

$2x - 6x - 3x < 4 + 9 - 6 \Leftrightarrow -7x < 7 \Leftrightarrow \frac{-7x}{-7} > \frac{7}{-7} \Leftrightarrow x > -1.$

- B3.** i) $|x-3| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x-3 \leq 2 \xrightarrow{+3} -2+3 \leq x-3+3 \leq 2+3 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5.$
- ii) $|x-6| > 2 \Leftrightarrow x-6 > 2 \text{ ή } x-6 < -2 \Leftrightarrow x > 6+2 \text{ ή } x < 6-2 \Leftrightarrow$
 $x > 8 \text{ ή } x < 4.$

- B4.** i) Η ανίσωση $|x-3| \leq 2$ περιγράφει τις δυνατές θέσεις εξυπηρέτησης.
- ii) Από την ανίσωση $|x-3| \leq 2$ έχουμε ότι $1 \leq x \leq 5$ από B3 i) δηλαδή ο διανομέας εξυπηρετεί τις θέσεις από το 1 έως και το 5. Επιτρέπεται η κυκλοφορία σε απόσταση μεγαλύτερη των 2km από τη σημείο των έργων δηλαδή είναι η ανίσωση $|x-6| > 2$ με λύσεις $x > 8$ ή $x < 4$ από το B3 ii).

Οπότε οι θέσεις που μπορεί να εξυπηρετήσει ο διανομέας είναι οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.



Οι κοινές λύσεις των ανισώσεων είναι: $x \in [1, 4).$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\alpha = \sqrt{2\sqrt{2}-2} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}+2} = \sqrt{(2\sqrt{2}-2) \cdot (2\sqrt{2}+2)} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2^2} \Leftrightarrow$

$$\alpha = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 - 2^2} = \sqrt{4 \cdot 2 - 4} = \sqrt{8-4} = \sqrt{4} = 2.$$

Επειδή η συνάρτηση διέρχεται από το σημείο $(2, 5)$ θα ισχύει:

$$f(2) = 5 \Leftrightarrow 2^2 + \alpha \cdot 2 + \beta = 5 \xrightarrow{\alpha=2} 4 + 2 \cdot 2 + \beta = 5 \Leftrightarrow 4 + 4 + \beta = 5 \Leftrightarrow \beta = -3$$

Οπότε η συνάρτηση έχει τύπο: $f(x) = x^2 + 2x - 3$ με πεδίο ορισμού $x \in \mathbb{R}.$

- Γ2.** i) Για $x = 0$ έχουμε $f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = -3.$ Άρα τέμνει τον άξονα yy' στο σημείο $(0, -3).$

Για $f(x) = 0$ έχουμε $x^2 + 2x - 3 = 0.$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2026
 Β' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ1Α(α)

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0, \text{ οπότε } x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ ή } x_2 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3.$$

Άρα τέμνει τον άξονα xx' στα σημεία $(1,0)$ και $(-3,0)$.

ii) Για να είναι η συνάρτηση f κάτω από τον xx' άξονα, θα πρέπει να λύσουμε την ανίσωση: $f(x) < 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 < 0$.

Από το i) ερώτημα με ρίζες τις $-3, 1$ έχουμε τον εξής πίνακα προσήμων:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x^2 + 2x - 3$	+	○	-	+

Άρα $x \in (-3, 1)$.

Γ3. i) $\alpha_1 = f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$.

$$\alpha_2 = f(3) = 3^2 + 2 \cdot 3 - 3 = 9 + 6 - 3 = 12.$$

$$\omega = \alpha_2 - \alpha_1 = 12 - (-4) = 12 + 4 = 16.$$

ii) Από τον τύπο του $\alpha_n = \alpha_1 + (n-1) \cdot \omega$, βάζοντας όπου $n = 14$, $\alpha_1 = -4$ και $\omega = 16$ έχουμε: $\alpha_{14} = -4 + (14-1) \cdot 16 = -4 + 13 \cdot 16 = -4 + 208 = 204$.

iii) 1^{ος} τρόπος:

Από τον τύπο $S_n = \frac{n}{2} \cdot [2 \cdot \alpha_1 + (n-1) \cdot \omega]$, βάζοντας όπου $n = 14$, $\alpha_1 = -4$ και $\omega = 16$ έχουμε:

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot [2 \cdot (-4) + (14-1) \cdot 16] = 7 \cdot [-8 + 13 \cdot 16] = 7 \cdot [-8 + 208] = 7 \cdot 200 = 1400$$

2^{ος} τρόπος:

Από τον τύπο $S_n = \frac{n}{2} \cdot [\alpha_1 + \alpha_n]$ έχουμε: $S_{14} = \frac{14}{2} \cdot [\alpha_1 + \alpha_{14}] \Leftrightarrow$

$$S_{14} = \frac{14}{2} \cdot [-4 + 204] = 7 \cdot 200 = 1400.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. i) $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (2\lambda - \lambda^2) = 1 - (2\lambda - \lambda^2) = 1 - 2\lambda + \lambda^2 = \lambda^2 - 2\lambda + 1$

δηλαδή $\Delta = (\lambda - 1)^2$. Επειδή $\Delta = (\lambda - 1)^2 \geq 0$ το τριώνυμο θα έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ2. i) Πρέπει να ισχύει $\Delta > 0 \Leftrightarrow (\lambda - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow \lambda - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \lambda \neq 1$ και

$P < 0$ δηλαδή $\frac{\gamma}{\alpha} < 0 \Leftrightarrow \frac{2\lambda - \lambda^2}{\frac{1}{4}} < 0 \Leftrightarrow 2\lambda - \lambda^2 < 0$

λ	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$2\lambda - \lambda^2$	—	⊖	⊕	—

Άρα $\lambda \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

Δ3. Το πρόσημο τιμών του τριωνύμου είναι το εξής:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	+	⊖	⊖	+

Έχουμε $\alpha < x_1 < x_2 < \beta$, την στιγμή που οι τιμές x_1, x_2 είναι ετερόσημες θα ισχύει ότι: $\alpha < x_1 < 0$ και $0 < x_2 < \beta$. Από το παρακάτω σχήμα θα ισχύει:

x	$-\infty$	α	$x_1 < 0$	$x_2 > 0$	β	$+\infty$
$f(x)$	+	⊕	⊖	⊖	⊕	+

$\alpha \in (-\infty, x_1)$ για αυτό το $f(\alpha) > 0$ και το $\beta \in (x_2, +\infty)$ για αυτό το $f(\beta) > 0$,
οπότε το πηλίκο $\frac{\alpha \cdot f(\alpha)}{\beta \cdot f(\beta)} < 0$.

Δ4. Για $\lambda = 3$ έχουμε: $\frac{1}{4}x^2 - x + (2 \cdot 3 - 3^2) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - x + (6 - 9) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$

1^{ος} τρόπος:

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2026
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ1Α(α)

Με ρίζες x_1, x_2 όπου $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-1}{\frac{1}{4}} = 4$ και

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{-3}{\frac{1}{4}} = -12.$$

Η νέα εξίσωση θα είναι της μορφής $x^2 - S'x + P' = 0$ με ρίζες x_1^2 και x_2^2 ,

$$\text{άρα } S' = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2P = 4^2 - 2 \cdot (-12) = 16 + 24 = 40$$

$$\text{και } P' = x_1^2 \cdot x_2^2 = (x_1 \cdot x_2)^2 = P^2 = (-12)^2 = 144.$$

Η εξίσωση θα είναι η: $x^2 - 40x + 144 = 0$.

2^{ος} τρόπος:

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-3) = 1 + 3 = 4 > 0, \text{ οπότε } x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1 \pm 2}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

$$x_1 = \frac{1+2}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6 \text{ ή } x_2 = \frac{1-2}{\frac{1}{2}} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2.$$

Η νέα εξίσωση θα είναι της μορφής $x^2 - S'x + P' = 0$ με ρίζες x_1^2 και x_2^2 ,

$$\text{άρα } S' = x_1^2 + x_2^2 = 6^2 + (-2)^2 = 36 + 4 = 40 \text{ και } P' = x_1^2 \cdot x_2^2 = 6^2 \cdot (-2)^2 = 36 \cdot 4 = 144.$$

Η εξίσωση θα είναι η: $x^2 - 40x + 144 = 0$.