

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

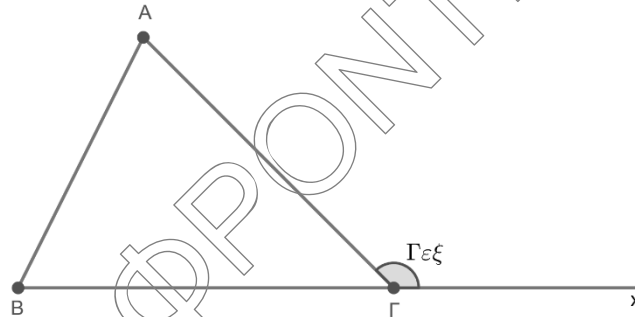
Ημερομηνία: Σάββατο 3 Μαΐου 2025

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να αποδείξετε ότι κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου.



Μονάδες 15

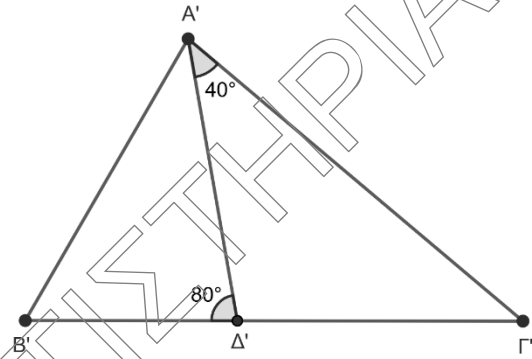
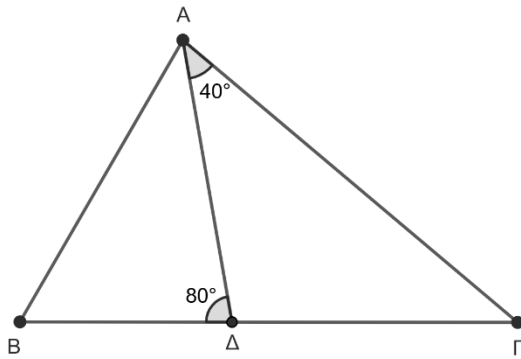
- A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α)** Η απόσταση του βαρύκεντρου ενός τριγώνου από κάθε κορυφή του ισούται με το $\frac{1}{3}$ του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου.
- β)** Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.
- γ)** Αν ένα τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες τότε είναι ισόπλευρο.
- δ)** Ένα ορθογώνιο έχει τις πλευρές του ίσες.
- ε)** Κάθε σημείο της διχοτόμου μίας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ του παρακάτω σχήματος έχουν τις διχοτόμους $A\Delta$ και $A'\Delta'$ ίσες, τις γωνίες $\hat{\Delta}A\Gamma$ και $\hat{\Delta}'A'\Gamma'$ ίσες από 40° και τις γωνίες $\hat{B}\Delta A$ και $\hat{B}'\Delta'A'$ ίσες από 80° .



B1. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 6

Να δείξετε ότι:

B2. $AB = A'B'$.

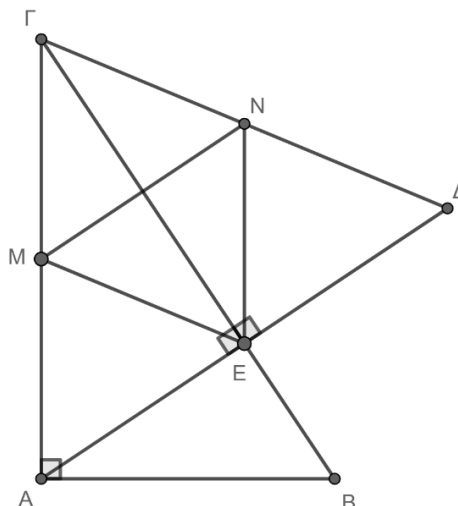
Μονάδες 9

B3. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Προεκτείνουμε το ύψος AE κατά ίσο τμήμα ED . Αν M είναι το μέσο της $A\Gamma$ και N το μέσο της $\Gamma\Delta$.



Να δείξετε ότι:

Γ1. $ΑΓ = ΓΔ$.

Μονάδες 7

Γ2. Το τρίγωνο MNE είναι ισοσκελές.

Μονάδες 8

Γ3. Το τετράπλευρο $MNEA$ είναι παραλληλόγραμμο.

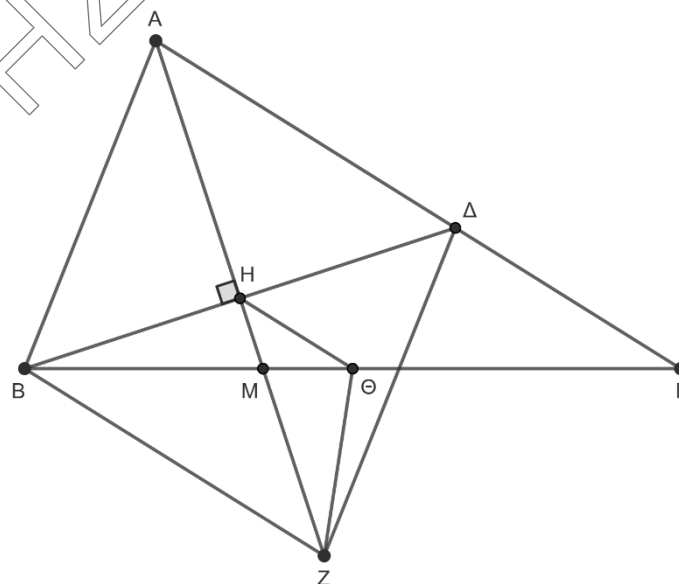
Μονάδες 5

Γ4. Αν $\hat{A}\hat{B} = 30^\circ$ να δείξετε ότι το τρίγωνο MNE είναι ισόπλευρο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Από το B φέρνουμε κάθετη στην διχοτόμο AM της γωνίας A , η οποία τέμνει την AM στο H και την $A\Gamma$ στο Δ . Στην προέκταση της AH θεωρούμε σημείο Z τέτοιο, ώστε $AH = HZ$ και έστω Θ το μέσο της πλευράς $B\Gamma$.



Να δείξετε ότι:

Δ1. Το τετράπλευρο $ABZ\Delta$ είναι ρόμβος.

Μονάδες 6

Δ2. $\widehat{AZ} = \widehat{BG} + \widehat{GB}.$

Μονάδες 8

Δ3. Το τετράπλευρο HBZΘ είναι τραπέζιο.

Μονάδες 6

Δ4. Η διάμεσος του τραπεζίου HBZΘ είναι ίση με $\frac{AB + AG}{4}.$

Μονάδες 5