ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ**

Ημερομηνία: Σάββατο 16 Μαΐου 2020
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. δ

Α3. β

Α4. α

Α5. **α.** Σ

β. Σ

γ. Σ

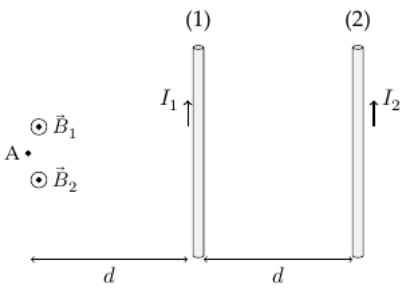
δ. Σ

ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

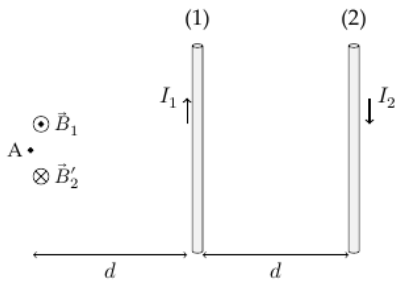
Β1. Σωστή επιλογή **β**

Αρχικά τα διανύσματα της έντασης των δύο μαγνητικών πεδίων στο σημείο Α είναι ομόρροπα με μέτρα $B_1 = k_\mu \frac{2I_1}{d}$ και $B_2 = k_\mu \frac{2I_2}{2d}$, οπότε



$$B = B_1 + B_2 = \frac{2k_\mu}{d}\left(I_1 + \frac{I_2}{2}\right).$$

Στη συνέχεια με την αντιστροφή του ρεύματος I_2 τα διανύσματα της έντασης των δύο μαγνητικών πεδίων είναι αντίρροπα και ισχύει για τα μέτρα τους $B_1 = k_\mu \frac{2I_1}{d}$ και $B'_2 = k_\mu \frac{2I_2}{2d}$ $(B_1 > B'_2)$, οπότε



$$B' = B_1 - B'_2 = \frac{2k_\mu}{d}\left(I_1 - \frac{I_2}{2}\right)$$

$$B' = \frac{B}{2} \Rightarrow \frac{2k_\mu}{d}\left(I_1 - \frac{I_2}{2}\right) = \frac{1}{2}\frac{2k_\mu}{d}\left(I_1 + \frac{I_2}{2}\right) \Rightarrow I_1 - \frac{I_2}{2} = \frac{I_1}{2} + \frac{I_2}{4} \Rightarrow \frac{I_1}{2} = \frac{3I_2}{4} \Rightarrow I_1 = \frac{3}{2}I_2$$

Β2. **α)** Σωστή επιλογή **i**

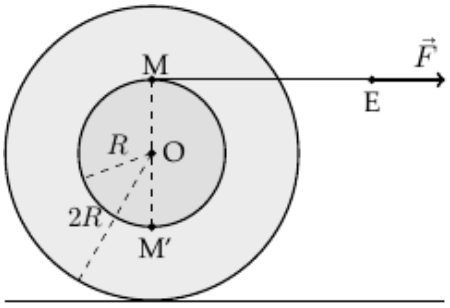
Αφού το στερεό κυλά χωρίς ολίσθηση τότε ισχύει $\upsilon_{cm} = \omega 2R$

$$\vec{\upsilon}_M = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho\alpha\mu\mu_{(M)}} \Rightarrow \upsilon_M = \upsilon_{cm} + \omega R \Rightarrow \upsilon_M = \upsilon_{cm} + \frac{\upsilon_{cm}}{2} = \frac{3}{2}\upsilon_{cm}$$

$$\vec{\upsilon}_{M'} = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho\alpha\mu\mu_{(M')}} \Rightarrow \upsilon_{M'} = \upsilon_{cm} - \omega R \Rightarrow \upsilon_{M'} = \upsilon_{cm} - \frac{\upsilon_{cm}}{2} = \frac{\upsilon_{cm}}{2}$$

Οπότε $\upsilon_M + \upsilon_{M'} = 2\upsilon_{cm}$

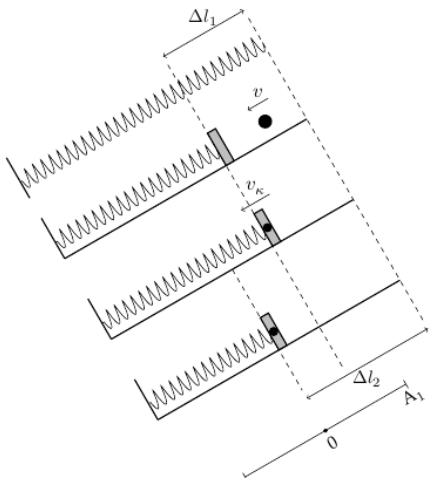
β) Σωστή επιλογή **i**



Το σημείο εφαρμογής Ε της δύναμης έχει την ίδια ταχύτητα με το σημείο Μ, δηλαδή $\upsilon_E = \frac{3}{2}\upsilon_{cm}$.

Επομένως όταν το κέντρο μάζας του στερεού έχει μετατοπιστεί κατά $x_{cm} = 2\ m$, τότε το άκρο του νήματος Ε μετατοπίζεται κατά $x_E = 1{,}5x_{cm} = 3\ m$, οπότε ισχύει ότι $x_E = x_{cm} + \Delta\ell_{\nu\eta\mu} \Rightarrow \Delta\ell = 1\ m$

Β3. Σωστή επιλογή **γ**



Αρχικά το σώμα Μ ισορροπεί.

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi = k\Delta\ell_1 \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{Mg\eta\mu\varphi}{k}.$$

Εφαρμόζουμε ΑΔΟ για την κρούση των δύο σωμάτων :

$$\vec{p}_A = \vec{p}_B \Rightarrow m\upsilon = (M+m)\upsilon_K \Rightarrow \upsilon_K = \frac{m}{M+m}\upsilon$$

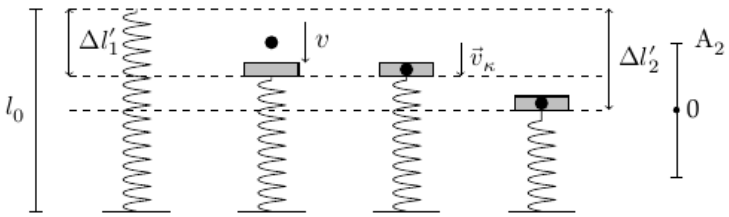
Για τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος ισχύει:

$$(M+m)g\eta\mu\varphi = k\Delta\ell_2 \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{(M+m)}{k}g\eta\mu\varphi$$

Η απόσταση μεταξύ της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης του συσσωματώματος και του σημείου της κρούσης είναι: $d = \Delta l_2 - \Delta l_1 = \frac{mg\eta\mu\varphi}{k}$

ΑΔΕ ταλάντωσης: $K + U = E_{\tau\alpha\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}(m+M)\upsilon_K^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kA_1^2$ (1)

Αρχικά το σώμα Μ ισορροπεί. $\Sigma F = 0 \Rightarrow Mg = k\Delta\ell'_1$.



Εφαρμόζουμε ΑΔΟ για την κρούση των δυο σωμάτων:

$$\vec{p}'_A = \vec{p}'_B \Rightarrow m\upsilon = (M+m)\upsilon_K \Rightarrow \upsilon_K = \frac{m}{M+m}\upsilon$$

Για τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος ισχύει:

$$(M+m)g = k\Delta\ell'_2 \Rightarrow \Delta\ell'_2 = \frac{(M+m)}{k}g$$

Η απόσταση μεταξύ της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης του συσσωματώματος και του σημείου της κρούσης είναι: $d' = \Delta l_2' - \Delta l_1' = \frac{mg}{k}$

ΑΔΕ ταλάντωσης: $K' + U' = E'_{ταλ} \Rightarrow \frac{1}{2}(m+M)\upsilon_K^2 + \frac{1}{2}kd'^2 = \frac{1}{2}kA_2^2$ (2)

Από τη σύγκριση των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει ότι $A_2 > A_1$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Κάθε στοιχειώδης μάζα του υγρού που εξέρχεται από την οπή εκτελεί οριζόντια βολή.

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow D = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2D}{g}} = 0,6 \text{ s}$$

$x = \upsilon_x t \Rightarrow \upsilon_x = \frac{s}{t} = 8$ m/s, μέτρο ταχύτητας εκροής του νερού από την οπή.

Γ2. Το μέτρο της κατακόρυφης ταχύτητας του νερού ελάχιστα πριν βρεθεί στο έδαφος θα είναι $\upsilon_y = gt = 6$ m/s

$$\vec{\upsilon}_{εδ} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y \Rightarrow \upsilon_{εδ} = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = 10 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των θέσεων εξόδου του νερού από το δοχείο και ελάχιστα πριν βρεθεί στο έδαφος.

$$\Pi = A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_{εδ} \Rightarrow A_2 = A_1\frac{\upsilon_1}{\upsilon_{εδ}} \Rightarrow A_2 = 0,8 \text{ cm}^2.$$

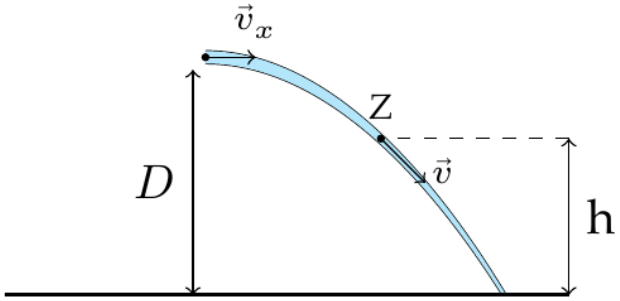
Γ3. Επειδή η παροχή εκροής είναι σταθερή, το έμβολο κατέρχεται με σταθερή ταχύτητα, όση και η επιφάνεια του νερού κάτω από το έμβολο. Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ της επιφάνειας του νερού κάτω από το έμβολο και του σημείου εξόδου του νερού από το δοχείο.

$$\Pi = A\upsilon_{εμβολ} = A_1\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_{εμβολ} = \frac{A_1}{A}\upsilon_1 = \frac{\upsilon_1}{200} = 0,04 \text{ m/s} = 4\cdot10^{-2} \text{ m/s}$$

Το έμβολο μετακινείται με σταθερή ταχύτητα

$$\upsilon_{εμβολ} = \frac{H}{t} \Rightarrow t = \frac{H}{\upsilon_{εμβολ}} = \frac{1}{4\cdot10^{-2}} \Rightarrow t = 25 \text{ s}$$

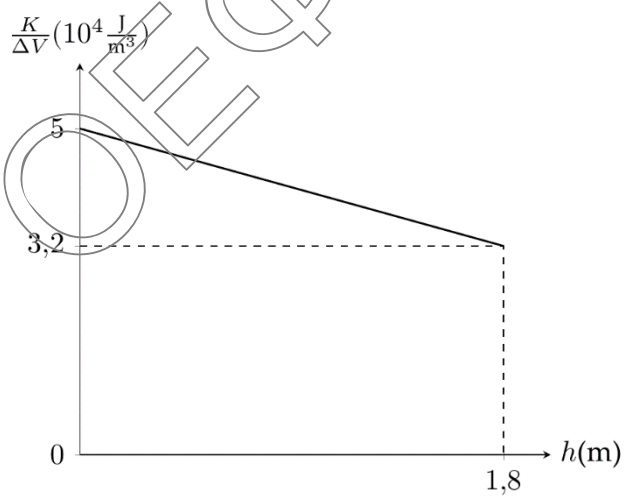
Γ4. Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ του σημείου εξόδου του νερού από την οπή και ενός σημείου Z της φλέβας του νερού που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος.



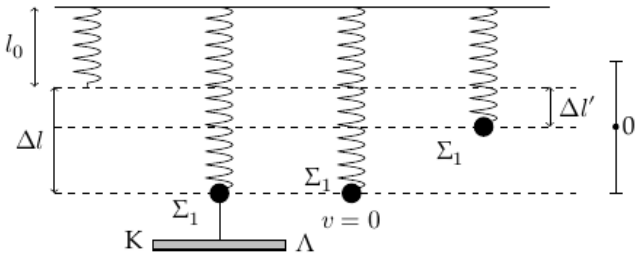
$$p_{\alpha\tau\mu} + \rho g D + \frac{1}{2}\rho \upsilon_x^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2$$

$$\Rightarrow 1{,}8\cdot 10^4 + 32\cdot 10^3 = 10^4 h + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \Rightarrow 18\cdot 10^3 + 32\cdot 10^3 = 10^4 h + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2$$

$$\Rightarrow 50\cdot 10^3 - 10^4 h = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 \Rightarrow \frac{K}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = 5\cdot 10^4 - 10^4 h,\ \text{(S.I.)}\quad 0 \le h \le 1{,}8\ \text{m}$$



ΘΕΜΑ Δ



Αρχικά η σφαίρα και η ράβδος ισορροπούν, οπότε

$\Sigma F = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)g = k\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = 0,4\ m$

Μετά το κόψιμο του νήματος η σφαίρα θα εκτελέσει α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Για τη θέση ισορροπίας της ισχύει ότι $\Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 g = k\Delta\ell' \Rightarrow \Delta\ell' = 0,1\ m$

Οπότε το πλάτος της ταλάντωσης της σφαίρας θα είναι $A = \Delta\ell - \Delta\ell' = 0,3\ m$.

Στην ανώτερη θέση της τροχιάς της σφαίρας το ελατήριο θα είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell'' = A - \Delta\ell' = 0,2\ m$.

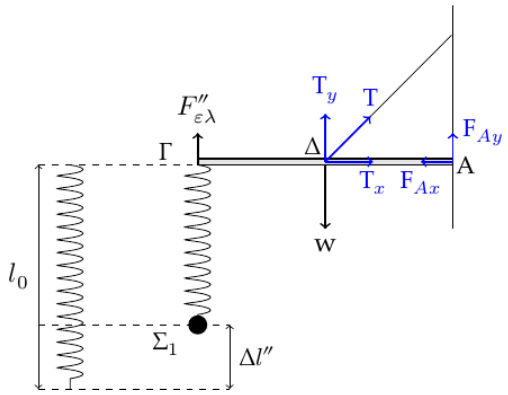
Δ1. $K = 3U$, εφαρμόζουμε την ΑΔΕ για την ταλάντωση της σφαίρας Σ_1, οπότε:

$$U_{max} = U + K \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 4U = 4\frac{1}{2}Dx^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A}{2}$$

Οι δυο θέσεις της ταλάντωσης για τις οποίες ισχύει ότι $K = 3U$ απέχουν μεταξύ τους κατά $d = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} = A = 0,3\ m$

Δ2. Αφού στο ανώτερο σημείο της τροχιάς της σφαίρας Σ_1 το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell'' = 0,2\ m$, τότε θα ασκεί στη δοκό κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω,

$F''_{\varepsilon_\lambda} = k\Delta\ell'' = 50 \cdot 0,2 = 10\ N$



Η δοκός ισορροπεί στροφικά.

$$\Sigma\tau_A = 0 \Rightarrow F''_{\varepsilon\lambda}L + T_y\frac{L}{2} = w\frac{L}{2} \Rightarrow 10 + T_y\frac{1}{2} = 10 \Rightarrow T_y = 0\ N$$

Οπότε $T = 0\,N$.

Η ράβδος ισορροπεί και μεταφορικά.

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F''_{\varepsilon\lambda} + F_{Ay} = w \Rightarrow F_{Ay} = 10\ N$

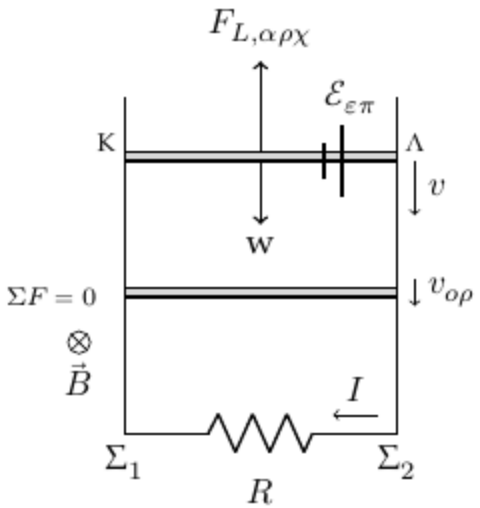
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} = 0N$

Οπότε η άρθρωση ασκεί στη ράβδο κατακόρυφη δύναμη προς τα πάνω, μέτρου 10 N.

Δ3. Η ταχύτητα της σφαίρας Σ_1 μηδενίζεται για δεύτερη φορά μετά το κόψιμο του νήματος, μετά από χρόνο μίας περιόδου της ταλάντωσης που εκτελεί. Η περίοδος ταλάντωσης της σφαίρας Σ_1 είναι $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,2\pi\ s$.

Η ράβδος αρχικά εκτελεί πτώση.

Τη στιγμή που εισέρχεται στο ομογενές μαγνητικό πεδίο θα έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon = gT = 2\pi\ m/s$.



$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|d\Phi|}{dt} = B\ell\frac{dx}{dt} = B\ell\upsilon = 2\cdot 2\cdot 2\pi = 8\pi\ V$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{8\pi}{R + R_2} = 2\pi\ A$$

$$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell = 8\pi\ N$$

$$\frac{dE_{MHX}}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt} = (\Sigma F\cdot\upsilon) + (-mg\upsilon) = -F_L\upsilon = -160\ J/s$$

Δ4. Αμέσως μετά την είσοδο της ράβδου στο μαγνητικό πεδίο ισχύει ότι η δύναμη Laplace έχει μεγαλύτερη τιμή από το βάρος του σώματος.

($F_L = 8\pi\ N$ και $W = mg = 15\ N$)

Η ράβδος θα εκτελέσει επιβραδυνόμενη κίνηση.

Καθώς μειώνεται το μέτρο της ταχύτητάς της θα ελαττώνεται το μέτρο της $\vec{F}_L$.

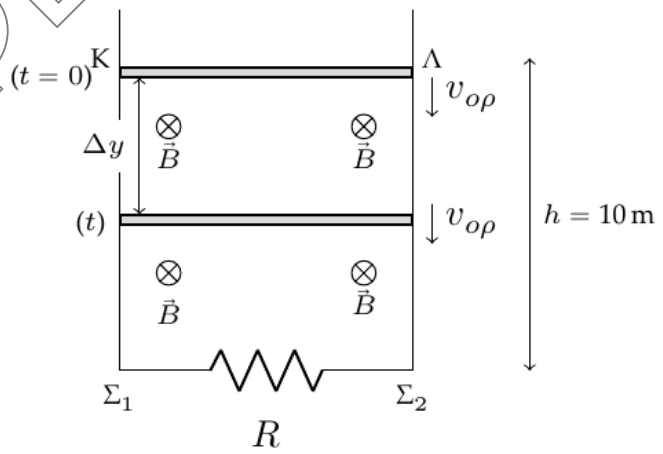
Τελικά $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow BI\ell = mg \Rightarrow B\frac{B\upsilon\ell}{R_{o\lambda}}\ell = mg \Rightarrow \upsilon = \frac{mgR_{o\lambda}}{B^2\ell^2} = \frac{15\cdot 4}{4\cdot 4} = 3,75\ m/s$.

Στη συνέχεια θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου $3,75\ \text{m/s}$. Μέχρι να εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο η ράβδος ΚΛ επιταχύνεται, εκτελώντας ελεύθερη πτώση.

Αμέσως μετά την είσοδο στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έχουμε ότι $F_{L_{\alpha\rho\chi}} > mg$ οπότε επιβραδύνεται μέχρι να αποκτήσει τη σταθερή οριακή ταχύτητα.

Οπότε η μέγιστη τιμή της ταχύτητας της ράβδου είναι τη στιγμή που εισέρχεται στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, δηλαδή $\upsilon_{max} = 2\pi\ \text{m/s}$.

Δ5. Η ράβδος με ταχύτητα μέτρου $3,75\ \text{m/s}$ εκτελεί ευθύγραμμη και ισοταχή κίνηση.



$E'_{\varepsilon\pi} = B\upsilon_{o\rho}\ell = 15\ \text{V}$ και

$I'_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E'_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = 3,75\ \text{A}$

$q_{\varepsilon\pi} = I'_{\varepsilon\pi}\Delta t \Rightarrow 7,5 = 3,75\cdot\Delta t \Rightarrow \Delta t = 2\ \text{s}$

$s = \upsilon\Delta t = 3,75\cdot 2 = 7,5\ \text{m}$.

Οπότε θα απέχει από τη βάση $\Sigma_1\Sigma_2$ των κατακόρυφων συρμάτων απόσταση $h' = h - s = 2,5\ \text{m}$.

Μια τυχαία χρονική στιγμή t, $(0 \le t \le 2\ \text{s})$ η ράβδος ΚΛ θα απέχει από τη βάση $\Sigma_1\Sigma_2$ απόσταση $d = 10 - \Delta y = 10 - 3,75\cdot t,\ \text{SI}$.

Το μέτρο της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το κλειστό κύκλωμα θα είναι

$\Phi = B\ell(h - \Delta y) = B\ell d = 2\cdot 2\cdot(10 - 3,75t) \Rightarrow \Phi = 40 - 15t,\ (\text{S.I.})\quad 0 \le t \le 2\ \text{s}$