ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2019
Β΄ ΦΑΣΗ

E_3.Μλ1Α(ε)

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με α,β,γ ∈ ℝ, $\alpha\neq 0$,έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1, x_2, να αποδείξετε ότι: $x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$ και $x_1\cdot x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 12

Α2. Δίνεται ένα σημείο Μ(x,y) Στη στήλη Α δίνεται το είδος της συμμετρίας και στην στήλη Β το συμμετρικό του Μ. Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της στήλης Α στον σωστό αριθμό της στήλης Β.

α. Ως προς τον άξονα xx΄	**1.** Α(x,-y)
β. Ως προς τον άξονα yy΄	**2.** Β(-x,-y)
γ. Ως προς την αρχή των αξόνων	**3.** Γ(-x,y)
δ. Ως προς την ευθεία y = x	**4.** Δ(x,y)
	5. Ε(y,x)

Μονάδες 8

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ με α,β,γ x ∈ ℝ, $\alpha\neq 0$, έχει Δ>0 τότε ισχύει $\alpha x^2+\beta x+\gamma\succ 0$ για κάθε x ∈ ℝ

β. Η εξίσωση $(\lambda-1)\chi=\lambda^2+2$ με λ ∈ ℝ για $\lambda=1$ είναι αδύνατη.

γ. Για κάθε χ,χ_0 ∈ ℝ και $\rho>0$ ισχύει :

$$|\chi-\chi_0|\prec\rho\Leftrightarrow\chi\in(\chi_0-\rho,\chi_0+\rho)\Leftrightarrow\chi_0-\rho<\chi<\chi_0+\rho$$

δ. Η εξίσωση $x^{\nu} = \alpha$ με α>0 και ν άρτιος φυσικός αριθμός έχει μοναδική λύση.

ε. Αν α,β,γ πραγματικοί αριθμοί τότε: $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma \Leftrightarrow \alpha = \beta$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $a = \sqrt{\sqrt{12} - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{12} + \sqrt{3}}$

ii) $\beta = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{4}} + \sqrt[3]{27}}$

Μονάδες 3 + 3

Β2. Να λυθούν οι εξισώσεις

i) $x^2 - 3x + 2 = 0 \;\; (1)$

ii) $d(x, \rho_1) = \rho_2$ όπου ρ_1 η μικρότερη λύση της εξίσωσης (1) και ρ_2 η μεγαλύτερη.

Μονάδες 5 + 5

Β3. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$x^2 - x - 2 \prec 0$ και $|x-1| \prec 2$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - (a+1)x + 2a - 1 \;\; (1)$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης $f(x) = 0$ είναι $\Delta = \alpha^2 - 6\alpha + 5$

Μονάδες 6

Γ2. Να δείξετε ότι αν $a \in (1,5)$ τότε $f(x) \succ 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

Γ3. Να βρεθούν οι τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $f(x) = 0$ να έχει δυο ρίζες αντίθετες και να βρεθούν οι ρίζες.

Μονάδες 6

Γ4. Να δείξετε ότι δεν υπάρχουν τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε το τριώνυμο να έχει δυο πραγματικές αρνητικές ρίζες.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται συνάρτηση $f(x) = 1 - \frac{\mu}{x} + \frac{4}{x^2}, \mu \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο Μ(1,1)

Δ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης Α και να υπολογίσετε την τιμή του μ.

Μονάδες 5

Δ2. Αν $\mu = 4$ να δείξετε ότι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in A$ και να λύσετε την εξίσωση $|x|\sqrt{f(x)} = 2$

Μονάδες 8

Δ3. Δίνεται ευθεία ε: $y = f(1)x + f(-1)$.Να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας με τους άξονες xx' και yy'.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) η οποία είναι παράλληλη με την (ε) του ερωτήματος Δ3 και διέρχεται από το συμμετρικό του σημείου Μ ως προς τον άξονα xx΄.

Μονάδες 6