



ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 21 Απριλίου 2018  
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α****A1. α.** Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

**β.** Πότε ισχύει η ισότητα;

Μονάδες 15

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.**α.** Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  και  $n$  θετικό ακέραιο ισχύει  $\sqrt[n]{\alpha \cdot \beta} = \sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta}$ **β.** Για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha$  ισχύει  $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$ .**γ.** Σε ένα σύστημα αξόνων  $Oxy$  το συμμετρικό του σημείου  $M(\alpha, \beta)$  ως προς την αρχή  $O(0,0)$  των αξόνων είναι το σημείο  $N(-\alpha, -\beta)$ , όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .**δ.** Αν στο τριώνυμο  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ ,  $\alpha \neq 0$  οι αριθμοί  $\alpha, \gamma$  είναι ετερόσημοι, τότε αυτό έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.**ε.** Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  ισχύει η ισοδυναμία:  
 $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$  και  $\beta = 0$ 

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Β****B1.** Να λύσετε τις εξισώσεις:

**α.**  $x^2 - 5x + 4 = 0$

**β.**  $x^2 - 5|x| + 4 = 0$

**γ.**  $(x-1)^2 = 3(x-1)$

Μονάδες 5 + 6 + 6

**B2.** Να λύσετε την ανίσωση  $x^2 - 5|x| + 4 < 0$ 

Μονάδες 8

**ΘΕΜΑ Γ**Δίνονται οι παραστάσεις  $A = \sqrt[3]{4\sqrt{2} + \sqrt[5]{32}}$  και  $B = (\sqrt{\pi-2})^2 + \sqrt{(\pi-4)^2} + 1$ .**Γ1.** Να βρείτε τις τιμές των  $A, B$ .

Μονάδες 8

**Γ2.** Να δείξετε ότι  $\left( \frac{\sqrt{A} + \sqrt{B}}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} + \frac{\sqrt{A} - \sqrt{B}}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} \right) \cdot \frac{A-B}{A+B} = 2$ .

Μονάδες 8

**Γ3.** Για  $A = 2$  και  $B = 3$ ,**(α)** να λύσετε την εξίσωση:  $|Ax - B| = B - Ax$ ,

Μονάδες 5

**(β)** να βρείτε για ποια  $x \in \mathbb{R}$  ορίζεται η παράσταση:

$$K = \frac{2018}{|Ax - B| - (B - Ax)}$$

Μονάδες 4

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται το τριώνυμο  $x^2 - (\lambda - 2)x + 2\lambda + 1$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  το οποίο έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες, τις  $x_1, x_2$ .

**Δ1.** Να δείξετε ότι  $\Delta = \lambda^2 - 12\lambda$  (4 μονάδες) και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι,  $\lambda \in (-\infty, 0) \cup (12, +\infty)$  (4 μονάδες)

**Μονάδες 8**

**Δ2. (α)** Να υπολογίσετε το άθροισμα  $S = x_1 + x_2$  και το γινόμενο  $P = x_1 \cdot x_2$  των ριζών του τριωνύμου, ως συνάρτηση του  $\lambda$ .

**Μονάδες 4**

**(β)** Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  για τις οποίες ισχύει:  $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1 + x_2 \geq 0$

**Μονάδες 5**

**Δ3. (α)** Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ , για τις οποίες οι ρίζες  $x_1, x_2$  του παραπάνω τριωνύμου είναι διαστάσεις ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

**Μονάδες 4**

**(β)** Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda$  για την οποία το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις  $x_1, x_2$  έχει περίμετρο 28cm. Ποιο είναι το εμβαδόν αυτού του ορθογωνίου;

**Μονάδες 4**