

**ΤΑΞΗ:** Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
/ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**Ημερομηνία:** Σάββατο 22 Απριλίου 2017

**Διάρκεια Εξέτασης:** 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και  $c$  σταθερός πραγματικός αριθμός. Να αποδείξετε ότι  $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 7**

**A2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  ονομάζεται συνεχής στο  $A$ ;

**Μονάδες 4**

**A3.** Πότε δύο ενδεχόμενα  $A, B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  λέγονται ασυμβίβαστα;

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α)** Η διακύμανση ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο διασποράς που εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης με τις οποίες εκφράζονται και οι παρατηρήσεις του δείγματος.

**β)** Όταν η κατανομή για το χαρακτηριστικό που εξετάζουμε είναι κανονική ή περίπου κανονική τότε στο διάστημα  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$  βρίσκεται το 68% των παρατηρήσεων.

**γ)** Όλες οι συναρτήσεις έχουν παράγωγο σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού τους.

**δ)** Αν  $P(A)$  είναι η πιθανότητα ενός ενδεχομένου  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} \neq \emptyset$ , τότε

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$$

**ε)** Η διακύμανση ή διασπορά των παρατηρήσεων  $t_1, t_2, \dots, t_v$  μιας μεταβλητής

$$X, \text{ ορίζεται από τη σχέση } s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v (t_i - \bar{x})^2$$

**Μονάδες 10**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**E\_3.Μλ3Γ(ε)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ ,  $x > 0$ .

**B1.** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ ,  $x > 0$ .

**Μονάδες 5**

**B2.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$ .

**Μονάδες 6**

**B3.** Να εξετάσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τη συνάρτηση  $f$  για  $x > 0$ .

**Μονάδες 8**

**B4.** Να δείξετε ότι  $f(x) = \frac{f'(x)}{x} + \frac{f''(x)}{x^2} + x$ .

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Σε ένα επιτραπέζιο παιχνίδι κάθε παίχτης επιλέγει μόνο μια κάρτα η οποία περιέχει θετικές ή αρνητικές βαθμολογίες και αναγράφει το βαθμό της. Την πρώτη μέρα συμμετείχαν έξι παίχτες των οποίων οι βαθμολογίες ήταν:

**Δείγμα Α:**

-3, -5, 3, 1, -3, -5

Τη δεύτερη μέρα συμμετείχαν είκοσι παίχτες των οποίων οι βαθμολογίες συγκεντρώθηκαν στο παρακάτω πίνακα

**Δείγμα Β**

| Βαθμοί<br>$x_i$ | Πλήθος παικτών<br>$v_i$ | Σχετική συχνότητα<br>$f_i$ |
|-----------------|-------------------------|----------------------------|
| 2               | $v_1$                   | $f_1 = 0,4$                |
| 4               | $v_2$                   | $f_2$                      |
| 6               | $v_3$                   | $f_3$                      |
| 8               | $v_4$                   | $f_4$                      |
| <b>Σύνολο</b>   | $v$                     |                            |

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017**  
**Β' ΦΑΣΗ**

**E\_3.Μλ3Γ(ε)**

Ισχύει ότι  $v_2 = \frac{3}{4} \cdot R_A$ ,  $v_3 = \bar{x}_A^2$  όπου  $R_A$  το εύρος και  $\bar{x}_A$  η μέση τιμή των βαθμών του δείγματος A.

**Γ1.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}_A$ , τη διάμεσο  $\delta_A$  και το εύρος  $R_A$  των βαθμών του δείγματος A.

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τις συχνότητες  $v_1, v_2, v_3, v_4$  του δείγματος B (**μονάδες 4**). Στη συνέχεια να αντιγράψετε στο τετράδιο σας συμπληρωμένο τον πίνακα συχνοτήτων του δείγματος B (**μονάδες 3**).

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Να βρείτε:

i) τη μέση τιμή  $\bar{x}_B$  του δείγματος B.

**Μονάδες 4**

ii) τη διάμεσο  $\delta_B$  του δείγματος B.

**Μονάδες 3**

iii) να εξετάσετε αν το δείγμα B είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω  $\Omega$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης ο οποίος αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα. Για δύο ενδεχόμενα A, B του δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύουν:

- Η πιθανότητα να πραγματοποιείται το A και όχι το B ισούται με το μισό της πιθανότητας να πραγματοποιούνται συγχρόνως τα A, B.
- Η πιθανότητα να πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα από τα A, B ισούται με  $\frac{1}{2}$ .
- Η πιθανότητα να πραγματοποιείται το B είναι διπλάσια της πιθανότητας να πραγματοποιείται το A.

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $P(A) = \frac{3}{14}$ ,  $P(B) = \frac{3}{7}$ .

**Μονάδες 8**

**Δ2.** Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

i)  $P[(A \cup B)']$

**Μονάδες 4**

ii)  $P(B \cap A')$

**Μονάδες 4**

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017  
Β' ΦΑΣΗ

Ε\_3.Μλ3Γ(ε)

iii) Να πραγματοποιείται το πολύ ένα από τα Α, Β.

Μονάδες 4

Δ3. Έστω μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .  
Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$f(N(A)), f(N(A \cap B)), f(N(A \cup B)), f(N(B))$$

Οπού  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(A \cap B)$ ,  $N(A \cup B)$  το πλήθος των στοιχείων των αντίστοιχων ενδεχομένων του δειγματικού χώρου  $\Omega$ .

Μονάδες 5