ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016

Β΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Φλ3Θ(α)

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

Ημερομηνία: Κυριακή 24 Απριλίου 2016

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

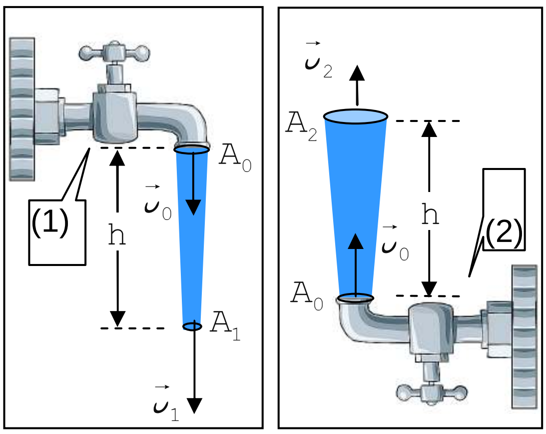
ΘΕΜΑ Α

ΕΡΩΤΗΣΗ	**Α1**	**Α2**	**Α3**	**Α4**
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	δ	β	β	γ

Α5 **α.** Σ
β. Λ
γ. Λ
δ. Λ
ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η σωστή απάντηση είναι η **(β)**



Οι στοιχειώδης μάζες του νερού που εκτοξεύονται από το στόμιο της βρύσης αποκτούν ταχύτητες μέτρων $υ_1$ και $υ_2$ αντίστοιχα σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, γιατί κινούνται εξαιτίας του βάρους τους και μόνο η οποία είναι διατηρητική δύναμη. Θεωρούμε ότι το νερό συμπεριφέρεται σαν ιδανικό υγρό (χωρίς να υπάρχουν εσωτερικές τριβές) και φυσικά πριν η ροή του νερού γίνει τυρβώδης.

(1): $E_{\mu\eta\chi(0)} = E_{\mu\eta\chi(1)}$ οπότε $K_{(0)} + U_{(0)} = K_{(1)} + U_{(1)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot\Delta m\cdot\upsilon_0^2 + \Delta m\cdot g\cdot h = \frac{1}{2}\cdot\Delta m\cdot\upsilon_1^2 \Leftrightarrow \upsilon_0^2 + 2\cdot g\cdot h = \upsilon_1^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\cdot g\cdot h + 2\cdot g\cdot h = \upsilon_1^2 \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_1 = \sqrt{6\cdot g\cdot h}}$$

(2): $E_{\mu\eta\chi(0)} = E_{\mu\eta\chi(2)}$ οπότε $K_{(0)} + U_{(0)} = K_{(2)} + U_{(2)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot\Delta m\cdot\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}\cdot\Delta m\cdot\upsilon_2^2 + \Delta m\cdot g\cdot h \Leftrightarrow \upsilon_0^2 - 2\cdot g\cdot h = \upsilon_2^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\cdot g\cdot h - 2\cdot g\cdot h = \upsilon_2^2 \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot h}}$$

Από την εξίσωση της συνέχειας έχουμε:

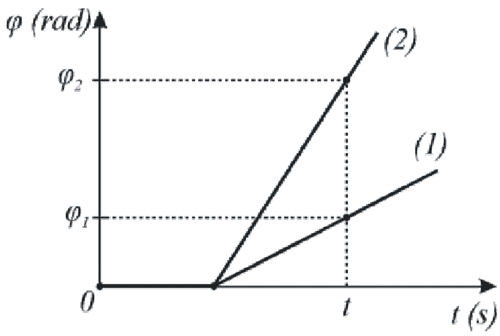
$$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A_1\cdot\upsilon_1 = A_2\cdot\upsilon_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A_1\cdot\sqrt{6\cdot g\cdot h} = A_2\cdot\sqrt{2\cdot g\cdot h} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{2\cdot g\cdot h}}{\sqrt{6\cdot g\cdot h}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

Οπότε: $\frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \boxed{\frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

Β2. Η σωστή απάντηση είναι η **(γ)**



Ισχύει:

$$\omega_1 = \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta t} \Leftrightarrow 2\pi f_1 = \frac{\varphi_1 - 0}{\Delta t} \Leftrightarrow 2\pi f_1 = \frac{\varphi_1}{\Delta t} \ (1)$$

$$\omega_2 = \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta t} \Leftrightarrow 2\pi f_2 = \frac{\varphi_2 - 0}{\Delta t} \Leftrightarrow 2\pi f_2 = \frac{3\varphi_1}{\Delta t} \ (2)$$

Διαιρούμε τις σχέσεις (1) και (2) οπότε:

$$\frac{2\pi f_1}{2\pi f_2} = \frac{\frac{\varphi_1}{\Delta t}}{\frac{3\varphi_1}{\Delta t}} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\frac{\upsilon}{\lambda_1}}{\frac{\upsilon}{\lambda_2}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \lambda_1 = 3\lambda_2$$

Οπότε $(OK) = 4\lambda_1 = 12\lambda_2$

Β3. **α.** Η σωστή απάντηση είναι η **(i)**

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης $y = 0,2\eta\mu(10\pi t)$ (SI),

υπολογίζει ο μαθητής τη συχνότητα $\omega = 2\pi f$ ή $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5\text{Hz}$.

Το μήκος κύματος είναι:

$$\upsilon = \lambda \cdot f \text{ ή } \lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{2}{5}\text{m} = 0,4\text{m}.$$

Η διαφορά δρόμου για το σημείο Μ είναι:

$$d_2 - d_1 = 1,2\text{m} - 0,2\text{m} = 1\text{m}$$

Το πλάτος της απομάκρυνσης στο σημείο Μ είναι:

$$|A'| = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{d_2 - d_1}{2\lambda}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{1\text{m}}{2\cdot 0,4}\right| \text{ ή}$$

$$|A'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{2}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}\right| = 0$$

β. Η σωστή απάντηση είναι η **(i)**

Για να μετατρέψει ο μαθητής το σημείο σε ενισχυτική συμβολή πρέπει:

$$d_2 - d_1 = \kappa\cdot\lambda = \kappa\frac{\upsilon}{f} \text{ ή}$$

$$f = \frac{\kappa\cdot\upsilon}{d_2 - d_1} = 2\kappa \quad (1)$$

Θέλουμε να υπολογίσουμε την ελάχιστη κατ’ απόλυτη τιμή επί τοις εκατό % μεταβολή (αύξηση ή μείωση) της συχνότητας των δύο πηγών παραγωγής κυμάτων:

- Για $\kappa = 1$ $(1) \Rightarrow f_1 = 2\cdot 1\text{Hz} = 2\text{Hz}$ ενώ $\Delta f = |f - f_1| = |5-2|\text{Hz} = 3\text{Hz}$
- Για $\kappa = 2$ $(1) \Rightarrow f_2 = 2\cdot 2\text{Hz} = 4\text{Hz}$ ενώ $\Delta f = |f - f_2| = |5-4|\text{Hz} = 1\text{Hz}$
- Για $\kappa = 3$ $(1) \Rightarrow f_3 = 2\cdot 3\text{Hz} = 6\text{Hz}$ ενώ $\Delta f = |f - f_3| = |5-6|\text{Hz} = 1\text{Hz}$

Η ελάχιστη μεταβολή είναι για τις δύο τελευταίες περιπτώσεις, όπου το ποσοστό επί τοις εκατό % μεταβολής της συχνότητας κατά απόλυτη τιμή είναι:

$$\Pi = \frac{\Delta f}{f}100\% = \frac{1\text{Hz}}{5\text{Hz}}100\% = 20\%$$

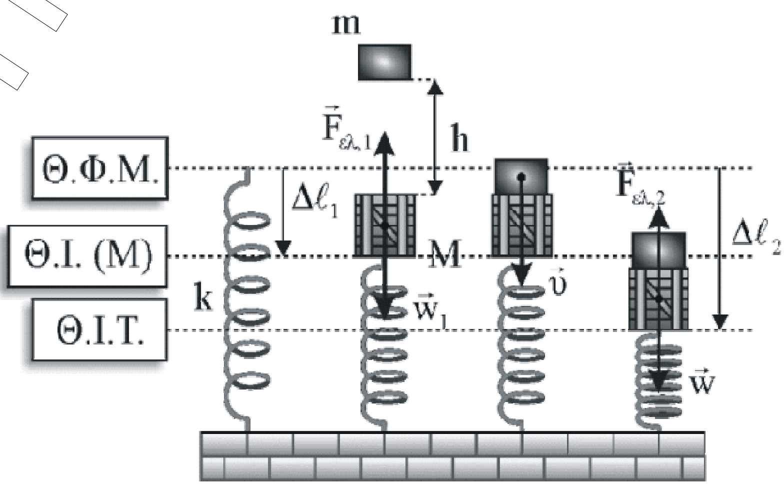
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αρχικά σχεδιάζουμε το κατακόρυφο ελατήριο στη κατάσταση φυσικού του μήκους. Σχεδιάζουμε στη συνέχεια το σώμα μάζας M στη θέση ισορροπίας του και τις δυνάμεις που του ασκούνται δηλαδή τη βαρυτική δύναμη $\vec{w}_1$, και την δύναμη $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ του παραμορφωμένου κατά $\Delta\ell_1$ ελατηρίου.

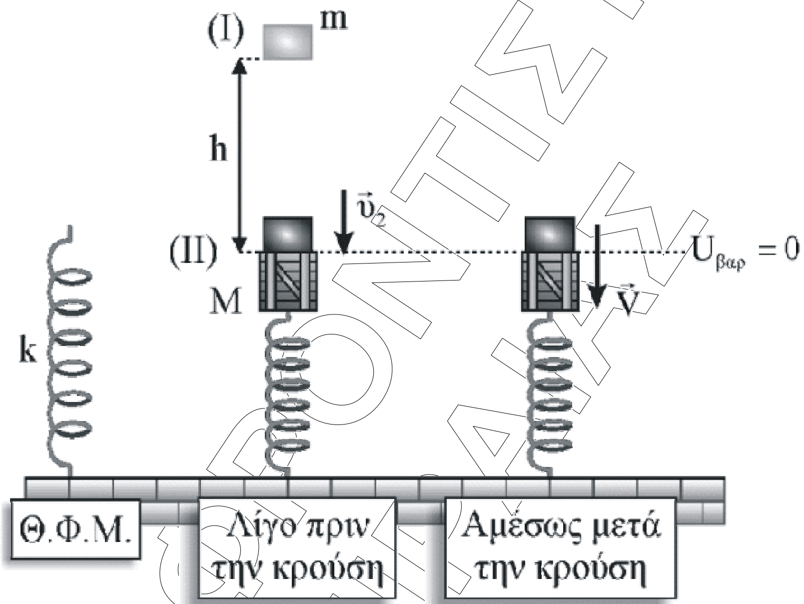
- Μελετώντας την ισορροπία του σώματος μάζας M εφαρμόζουμε την συνθήκη ισορροπίας για την συνισταμένη των δυνάμεων:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \text{ ή } F_{\varepsilon\lambda,1} - w_1 = 0 \text{ ή } F_{\varepsilon\lambda,1} = w_1 \text{ ή } k\Delta\ell_1 = Mg$$

$$\text{ή } \Delta\ell_1 = \frac{Mg}{k} = \frac{3\cdot 10}{100} \text{ ή } \Delta\ell_1 = 0{,}3\text{m}$$



- Μελετάμε την κίνηση του σώματος μάζας m από τη θέση που αφέθηκε ελεύθερο μέχρι τη θέση που συγκρούεται με το ακίνητο σώμα μάζας M. Κατά την κίνηση του σώματος m από τη θέση (I) στη θέση (II), η μοναδική δύναμη, που δρα επάνω του (και παράγει έργο) είναι η βαρυτική δύναμη $\vec{w}_2$, η οποία είναι συντηρητική. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε από τη θέση (I) στη (II). Ορίζοντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας τη θέση (II), έχουμε:



$$E_{μηχ,I} = E_{μηχ,II} \text{ ή } K_I + U_I = K_{II} + U_{II} \text{ ή } mgh = \frac{1}{2}mυ^2 \text{ ή } h = \frac{υ^2}{2g} \ (1)$$

- Μελετώντας την σύγκρουση των δύο σωμάτων εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ορμής και έχουμε:

$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετά}$$

$$mυ = (M+m)V \ (2)$$

- Το σύστημα των δύο σωμάτων στη συνέχεια ταλαντώνεται εκατέρωθεν της θέσης ισορροπίας στην οποία το ελατήριο είναι παραμορφωμένο κατά $Δ\ell_2$

Μελετώντας την ισορροπία για το σύστημα των σωμάτων εφαρμόζουμε την συνθήκη ισορροπίας για την συνισταμένη των δυνάμεων:

$$Σ\vec{F} = \vec{0} \text{ ή } F_{ελ,2} - (w_1 + w_2) = 0 \text{ ή } F_{ελ,2} = w_1 + w_2 \text{ ή } kΔ\ell_2 = (M+m)g$$

$$\text{ή } Δ\ell_2 = \frac{(M+m)g}{k} = \frac{(3+1)10}{100} \text{ ή } Δ\ell_2 = 0{,}4m$$

Η κοινή ταχύτητα των σωμάτων τη στιγμή t = 0 που αρχίζουν ταλάντωση είναι η V και η απομάκρυνσή τους x_1 από την θέση ισορροπίας ταλάντωσης (ΘΙΤ) είναι:

$$x_1 = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 = 0,4 - 0,3 \quad ή \quad x_1 = 0,1\text{m}$$

Εφαρμόζοντας την διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση για την θέση που αρχίζει η ταλάντωση και τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης θα προκύψει η κοινή ταχύτητα V των σωμάτων:

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2 + \frac{1}{2}Dx_1^2 = \frac{1}{2}DA^2$$

$$(3+1)V^2 + 100\cdot 0,1^2 = 100\cdot 0,4^2$$

$$4V^2 + 1 = 16 \quad ή \quad V = \frac{\sqrt{15}}{2}\frac{m}{s}$$

Από την σχέση (2) προκύπτει η ταχύτητα του σώματος m λίγο πριν συγκρουστεί με το σώμα M:

$$\upsilon = \frac{(M+m)V}{m} = \frac{(3+1)\frac{\sqrt{15}}{2}}{1} \quad ή \quad \upsilon = 2\sqrt{15}\frac{m}{s}$$

Από την σχέση (1) προκύπτει η απόσταση h από την οποία αφέθηκε ελεύθερο το σώμα m.

$$h = \frac{\left(2\sqrt{15}\right)^2}{2\cdot 10} \quad ή \quad h = 3\text{ m}$$

Γ2. **α)** Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -Dx_2 \xrightarrow{x_2 = \frac{A}{2}} \frac{dp}{dt} = -D\frac{A}{2} \quad ή \quad \frac{dp}{dt} = -100\frac{0,4}{2} \quad ή \quad \frac{dp}{dt} = -20\frac{Kg\cdot m}{s^2}$$

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F\cdot dx}{dt} = \Sigma F\cdot\upsilon_2 = -D\,x\cdot\upsilon_2 \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας την διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση για τη θέση $x_2 = +A/2$ και τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης θα προκύψει η ταχύτητα υ_2 των σωμάτων:

$$\frac{1}{2}(M+m)\,\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}D\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}DA^2$$

$$(3+1)\upsilon_2^2 + 100\cdot 0,2^2 = 100\cdot 0,4^2$$

$$4\upsilon_2^2 + 4 = 16 \quad ή \quad \upsilon_2 = \pm\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

Επειδή η θετική κατεύθυνση είναι προς τα κάτω. Όταν το σύστημα περνάει από τη θέση $x_2 = +A/2$ για πρώτη φορά θα είναι: $\upsilon_2 = +\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$

Από τη σχέση (3) προκύπτει:

$$\frac{dK}{dt} = -D\,x_2 \cdot \upsilon_2 = -\,100 \cdot 0,2\left(+\sqrt{3}\right) \quad ή \quad \frac{dK}{dt} = -\,20\sqrt{3}\,\frac{J}{s}$$

Γ3. **α)** Το έργο της δύναμης του ελατηρίου μεταξύ δύο θέσεων υπολογίζεται επειδή είναι συντηρητική δύναμη ως εξής:

$$W_{F\varepsilon\lambda} = -\Delta U_{\varepsilon\lambda} = U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau(\alpha\rho\chi)} - U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau(\tau\varepsilon\lambda)} \quad (4)$$

Η επάνω ακραία θέση της ταλάντωσης συμπίπτει με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Συνεπώς η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου σε αυτή τη θέση είναι ίση με μηδέν. Η θέση όπου τα σώματα έρχονται σε επαφή είναι η θέση στην οποία το ελατήριο είναι παραμορφωμένο κατά $\Delta\ell_1$. Από τη σχέση (4) προκύπτει:

$$W_{F\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2 \quad ή \quad W_{F\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}100 \cdot 0,3^2 \quad ή \quad W_{F\varepsilon\lambda} = 4,5\ J$$

β) Το έργο της δύναμης επαναφοράς μεταξύ δύο θέσεων, υπολογίζεται επειδή είναι συντηρητική δύναμη, ως εξής: $W_{F\varepsilon\pi} = -\Delta U_{\tau\alpha\lambda}$ ή

$$W_{F\varepsilon\pi} = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} \quad ή \quad W_{F\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}Dx_1^2 - \frac{1}{2}DA^2 \quad ή \quad W_{F\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}100 \cdot 0,1^2 - \frac{1}{2}100 \cdot 0,4^2$$

$$W_{F\varepsilon\pi} = 0,5 - 8 \quad ή \quad W_{F\varepsilon\pi} = -7,5J$$

2^ος^ τρόπος

Με εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας μεταξύ της θέσης όπου τα σώματα έρχονται σε επαφή και της πάνω ακραίας θέσης έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F_{\varepsilon\pi}} \quad ή \quad W_{F_{\varepsilon\pi}} = 0 - \frac{1}{2}(M+m)\upsilon^2 \quad ή \quad W_{F_{\varepsilon\pi}} = -\frac{1}{2}(3+1)\sqrt{3}^2 \quad ή \quad W_{F_{\varepsilon\pi}} = -7,5J$$

Γ4. Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης των σωμάτων οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα μάζας m είναι η βαρυτική δύναμη w_2 και η δύναμη επαφής N από το σώμα μάζας M.

- Η κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης των σωμάτων είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{M+m}} \xrightarrow{D=k} \omega = \sqrt{\frac{100}{3+1}} \quad \text{ή} \quad \omega = \sqrt{25} \quad \text{ή} \quad \omega = 5\frac{rad}{s}$$

- Καθώς το σώμα m ταλαντώνεται ισχύει:

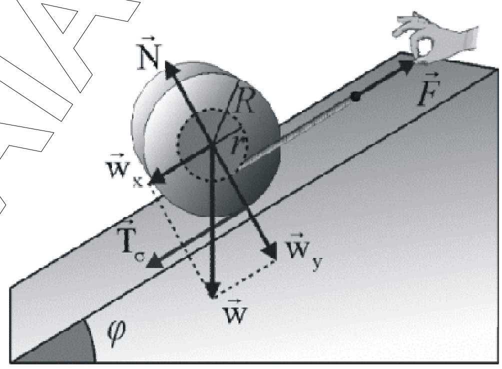
$$\Sigma F = -D_m x \quad \text{ή} \quad mg - N = -m\omega^2 x \quad \text{ή} \quad N = mg + m\omega^2 x$$

$$\text{ή} \quad N = 1\cdot 10 + 1\cdot 5^2 x \quad \text{ή} \quad N = 10 + 25\,x \xrightarrow{x=-A=-0,4} N = 10 + 25\,(-0,4) \quad \text{ή} \quad N = 0$$

Δηλαδή στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης η επαφή των δύο σωμάτων είναι οριακή.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο σώμα ενεργούν το βάρος w, η στατική τριβή T_σ και η αντίδραση N του κεκλιμένου επιπέδου. Θεωρούμε άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος. Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες όπως στο σχήμα και έχουμε:



$w_y = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ και $w_x = mg\eta\mu\varphi$ (1).

Από την συνθήκη ισορροπίας του σώματος προκύπτει ότι:

$$\Sigma\tau = 0 \;\text{ή}\; T_\sigma \cdot R - F\cdot r = 0 \;\text{ή}\; F\cdot r = T_\sigma \cdot 2r \;\text{ή}\; F = 2T_\sigma \;(2)$$

$$\Sigma F_y = 0 \;\text{ή}\; N - w_y = 0 \;\text{ή}\; N = mg\sigma\upsilon\nu\varphi (3)$$

$$\Sigma F_x = 0 \;\text{ή}\; F - w_x - T = 0 \;\text{ή}\; 2T - mg\eta\mu\varphi - T_\sigma = 0 \;\text{ή}\; T_\sigma = mg\eta\mu\varphi \;\text{ή}\; T_\sigma = 20N$$

Άρα λόγω της (2) **F= 40N.**

Δ2. Αυξάνοντας το μέτρο της δύναμης F κατά 30% θα γίνει:

$$F = \frac{130}{100}40N = 52N$$

Το σώμα θα αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει επιταχυνόμενο προς τα επάνω με μεταφορική επιτάχυνση α_{cm} και γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_\gamma = \frac{\alpha_{cm}}{R}$.

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την μεταφορική και την περιστροφική κίνηση θα έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_{cm} \text{ ή } F - mg\eta\mu\varphi - T_\sigma = m\alpha_{cm} \quad (4)$$

$$\Sigma\tau = I\,\alpha \text{ ή } -Fr + T_\sigma R = \frac{1}{2}mR^2 \text{ ή}$$

$$T_\sigma R - F\frac{1}{2}R = \frac{1}{2}mR\alpha_{cm} \text{ ή } T_\sigma - \frac{1}{2}F = \frac{1}{2}m\alpha_{cm} \quad (5)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (4) και (5) προκύπτει:

$$\frac{1}{2}F - mg\eta\mu\varphi = m\alpha_{cm} \text{ ή } 26 - 20 = 4\,\alpha_{cm} \text{ ή } \alpha_{cm} = 1\,m/s^2$$

Και η στατική τριβή θα είναι : $T_\sigma = \frac{1}{2}F + \frac{1}{2}m\alpha_{cm}$ ή $T_\sigma = 28N$

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής θα είναι (Β΄ νόμος Newton)

$$\Sigma\tau = \frac{dL}{dt} \text{ ή } \frac{dL}{dt} = T_\sigma \cdot R - F \cdot r = 0{,}4\ kg \cdot m^2/s^2$$

$$\frac{dL}{dt} = 0{,}4\ kg \cdot m^2/s^2$$

Δ3. Αξιοποιώντας την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ αποκλειστικά για την μεταφορική κίνηση του σώματος και έχουμε:

$$\Delta K = W_{o\lambda} \text{ ή } \Delta K = \Sigma F \cdot \Delta x \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = m\alpha_{cm} \cdot \Delta x \text{ ή } \upsilon = \sqrt{2m\alpha_{cm} \cdot \Delta x} = \mathbf{2\,m/s}$$

Επειδή δεν υπάρχει ολίσθηση :

$$\Delta x = \Delta\theta \cdot R \text{ ή } \Delta x = \frac{\Delta s}{r} \cdot R \text{ ή}$$

$$\Delta x = 2 \cdot \Delta s \text{ ή } \Delta s = 1m$$

Άρα το νήμα θα τυλιχτεί κατά **1m**

Δ4. Από το ΘΜΚΕ για την στροφική κίνηση

$$dK_{στρ} = W_{στρ} \text{ ή } dK_{στρ} = \Sigma\tau \cdot d\theta \text{ ή}$$

$$\frac{dK_{στρ}}{dt} = \left(T_{\sigma}\cdot R - F\cdot r\right)\cdot\frac{d\theta}{dt} \text{ ή}$$

$$\frac{dK_{στρ}}{dt} = \left(T_{\sigma}\cdot R - F\cdot r\right)\cdot\omega \text{ ή}$$

$$\frac{dK_{στρ}}{dt} = \left(T_{\sigma}\cdot R - F\cdot r\right)\cdot\frac{\upsilon}{R} \text{ ή}$$

$$\frac{dK_{στρ}}{dt} = 4\frac{J}{s}$$