

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 17 Απριλίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω \vec{a}, \vec{v} δύο διανύσματα του επιπέδου με $\vec{a} \neq \vec{0}$.

Δείξτε ότι για την προβολή του \vec{v} πάνω στο \vec{a} ισχύει $\vec{a}\vec{v} = \vec{a} \cdot \text{προβ}_{\vec{a}} \vec{v}$.

(15 μονάδες)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το εμβαδόν τριγώνου $AB\Gamma$ δίνεται από το τύπο $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma})$.

Σ - Λ

β) Για τη γωνία φ , που σχηματίζει ένα διάνυσμα $\vec{\alpha}$ με τον άξονα $x'x$ ισχύει $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Σ - Λ

γ) Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \cdot B \neq 0$ και $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $K\left(\frac{A}{2}, \frac{B}{2}\right)$.

Σ - Λ

δ) Η απόσταση της κορυφής μιας παραβολής από την εστία της είναι ίση με το μισό της απόστασης της εστίας από την διευθετούσα.

Σ - Λ

ε) Ισχύει η ισοδυναμία $\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ και $\vec{\beta} \neq \vec{0}$

Σ - Λ

(2x5 μονάδες)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Β ΦΑΣΗ

E_3.Μλ2Θ(ε)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (-1, 2)$ και $\vec{\beta} = -3\vec{j}$.

B1. Δείξτε ότι το διάνυσμα $\vec{\nu} = 3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} = (-3, 12)$ και βρείτε τον αριθμό $\gamma = \vec{\nu}\vec{\alpha} + 4\vec{\alpha}\vec{\beta}$.
(6 μονάδες)

B2. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η πλευρά AB διέρχεται από το σημείο $K(3, 3)$ και είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\nu}$, ενώ η πλευρά $B\Gamma$ έχει εξίσωση $y = (\vec{\nu}\vec{\alpha} + 4\vec{\alpha}\vec{\beta})x - 2$ τότε βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών AB και $B\Gamma$ και την κορυφή B .
(7 μονάδες)

B3. Βρείτε την εξίσωση της ευθείας γραμμής, στην οποία βρίσκονται τα σημεία $M(\lambda - 1, 2\lambda + 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
(6 μονάδες)

B4. Αν η πλευρά $A\Gamma$ είναι η ευθεία γραμμή που βρήκατε στο ερώτημα B3 τότε να δείξετε ότι το μήκος του ύψους $B\Lambda$ είναι $\frac{49\sqrt{5}}{55}$.
(6 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφή $A(2, -3)$ και τη πλευρά $\Gamma\Delta$ να έχει εξίσωση $2x - 3y + 5 = 0$. Μία πλευρά του βρίσκεται στην ευθεία
 (ε): $x + y = 0$.

Γ1. Δείξτε ότι η πλευρά που βρίσκεται στην ευθεία (ε) είναι η $B\Gamma$, βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ και δείξτε ότι το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι $K\left(\frac{1}{2}, -1\right)$.
(7 μονάδες)

Γ2. Βρείτε την πλευρά AB και δείξτε ότι το εμβαδόν του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ είναι $\frac{18}{5}$ τ.μ.
(7 μονάδες)

Γ3. Δείξτε ότι η εξίσωση της παραβολής C , που έχει κορυφή $O(0, 0)$, άξονα συμμετρίας τον $x'x$ και διέρχεται από το κέντρο K του παραλληλογράμμου είναι $x = \frac{1}{2}y^2$
(5 μονάδες)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016
Β ΦΑΣΗ

E_3.Μλ2Θ(ε)

- Γ4.** Δείξτε ότι η εφαπτομένη της παραβολής C στο σημείο K είναι $2x + 2y + 1 = 0$ και μετά βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της διχοτόμου της γωνίας $\widehat{EK\Theta}$, όπου E η εστία και $\overline{K\Theta} \nearrow \nearrow \overline{OE}$.

(6 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : ax + by = 0$.

- Δ1.** Να δείξετε ότι η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4ax - 4by = 0$ παριστάνει κύκλο, του οποίου να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα ρ .

(7 μονάδες)

- Δ2.** Ποια είναι η σχετική θέση της ευθείας και του κύκλου.

(5 μονάδες)

- Δ3.** Αν για τους αριθμούς a και b ισχύει $3a^2 + 4b^2 = 3$ τότε να δείξετε ότι τα κέντρα των παραπάνω κύκλων βρίσκονται στην έλλειψη $3x^2 + 4y^2 = 12$, της οποίας να βρείτε τα μήκη των αξόνων και την εκκεντρότητα.

(6 μονάδες)

- Δ4.** Δείξτε ότι η εφαπτομένη της έλλειψης σε σημείο $N(x_1, y_1)$ διαφορετικό των κορυφών της, που διέρχεται από το $Z(-2, 3)$ είναι $x + 2y - 4 = 0$. Μετά δείξτε ότι τα σημεία Z , $O(0, 0)$ και το μέσο του NA' είναι συνευθειακά, όπου A' η κορυφή της έλλειψης στον άξονα Ox' .

(7 μονάδες)