



ΕΠΑ.Λ. Α' ΟΜΑΔΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** **a)** Δίνεται συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, ($A \subseteq \mathbb{R}$) και $x_0 \in A$. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0 ; (5 μονάδες)
- β)** Δίνεται συνάρτηση $f: (\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{R}$. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής σε κάθε $x_0 \in (\alpha, \beta)$; (5 μονάδες)
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **ΣΩΣΤΟ** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- a)** Έστω συνεχής συνάρτηση $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ με παράγουσα συνάρτηση F . Τότε ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = [F(x)]_{\alpha}^{\beta} = F(\beta) - F(\alpha)$. (3 μονάδες)
- β)** Έστω $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$, με $f(A) \subseteq B$. Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε κάθε $x \in A$ και η g παραγωγίσιμη σε κάθε $f(x) \in B$, τότε η σύνθεσή τους $gof: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει ότι: $(gof)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$. (3 μονάδες)
- γ)** Οι παράγουσες της συνάρτησης f με $f(x) = \frac{1}{x}$, $x > 0$ είναι οι συναρτήσεις F με $F(x) = \ln x + c$, c σταθερά. (3 μονάδες)
- Γ.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.
- a)** Ο τύπος $f_i = \frac{v_i}{v}$ υπολογίζει:
- A:** τη σχετική συχνότητα %.
 - B:** τη σχετική συχνότητα.
 - Γ:** τη μέση τιμή.
 - Δ:** την αθροιστική συχνότητα.
 - Ε:** την αθροιστική σχετική συχνότητα.
- (3 μονάδες)

- β)** Ένας πληθυσμός είναι ομοιογενής όταν ο συντελεστής μεταβλητήτας είναι:
- A: $CV > 10\%$.
 B: $CV \leq 10\%$.
 Γ: $CV = 10\%$.
 Δ: $CV \geq 10\%$.
 E: $CV < 10\%$.

(3 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2º

Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές: 10, 11, 12, 13, 14, ω, ω + 1, 16, 19, 12.

- α)** Αν η μέση τιμή τους είναι $\bar{x} = 13$, να αποδείξετε ότι $\omega = 11$. (5 μονάδες)

- β)** Για $\omega = 11$ να βρείτε:

- i) τη διάμεσο, (5 μονάδες)

- ii) το εύρος των τιμών, (5 μονάδες)

- iii) την επικρατούσα τιμή, (5 μονάδες)

- iv) είναι το δείγμα ομοιογενές; (5 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 3º**Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{\eta \mu x}{x}$.

- α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (5 μονάδες)

- β)** Να βρείτε την $f'(x)$ και την $f''(x)$ (12 μονάδες)

- γ)** Να αποδείξετε ότι: $xf''(x) + 2f'(x) + xf(x) = 0$. (8 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^3 - \beta x + \alpha$, όπου: $\alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

$$\text{και } \beta = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{x}.$$

- α)** Να υπολογίσετε την τιμή των πραγματικών αριθμών α και β . (7 μονάδες)
- β)** Για $\alpha = 1$ και $\beta = 3$, να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. (10 μονάδες)
- γ)** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f' , τον άξονα xx' και τις ευθείες $x = -1$ και $x = 1$. (8 μονάδες)

