



ΕΠΑ.Λ. Β' ΟΜΑΔΑΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Θεωρία βιβλ. ΟΕΔΒ σελ. 152
- B. α) Θεωρία βιβλ. ΟΕΔΒ σελ 13
 β) Θεωρία βιβλ. ΟΕΔΒ σελ 139
- Γ. α) ΣΩΣΤΟ
 β) ΛΑΘΟΣ
 γ) ΛΑΘΟΣ
 δ) ΣΩΣΤΟ
 ε) ΛΑΘΟΣ

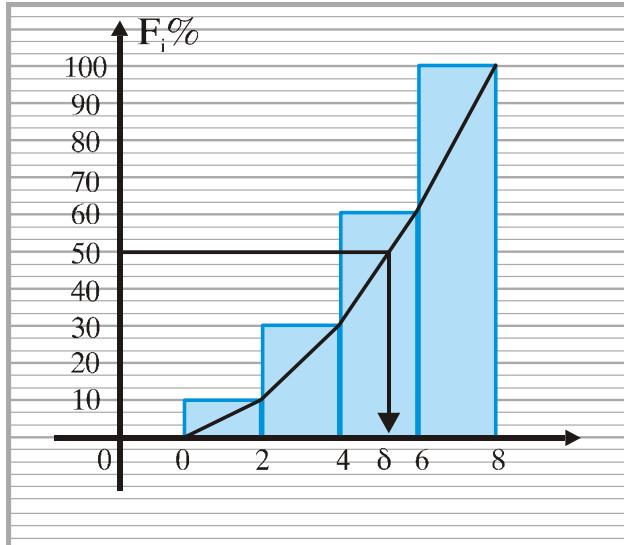
ΘΕΜΑ 2^ο

XΙΣΤΗΣ

A)

[-)	x _i	v _i	f _i %	F _i %	x _i v _i	x _i ² · v _i
[0 - 2)	1	2	10	10	2	2
[2 - 4)	3	4	20	30	12	36
[4 - 6)	5	6	30	60	30	150
[6 - 8)	7	8	40	100	56	392
Σύνολο		v=20	100		100	580

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = \frac{100}{20} = 5^\circ C$$

β)

η διάμεσος είναι περίπου 5

γ) $s^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^4 x_i^2 v_i - \left(\sum_{i=1}^4 x_i v_i \right)^2 \right] \Leftrightarrow s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 x_i^2 v_i - (\bar{x})^2 \Leftrightarrow$

$$s^2 = \frac{580}{20} - 5^2 = 29 - 25 = 4 \Rightarrow [s = 2^{\circ}\text{C}]$$

$$Cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{5} = 0,4 \quad \text{ή} \quad 40\% > 10\% \quad \text{το δείγμα είναι ανομοιογενές.}$$

δ) Το πλήθος των πόλεων με θερμοκρασίες από 3°C έως 7°C είναι οι μισές πόλεις της δεύτερης κλάσης, όλες της τρίτης και οι μισές της 4^{ης} διότι το 3 είναι το κέντρο της 2^{ης} και το 7 το κέντρο της 4^{ης} και οι παρατηρήσεις (πόλεις) θεωρούνται ομοιόμορφα κατανεμημένες μέσα στις κλάσεις. Άρα το ποσοστό είναι:

$$\frac{1}{2} 20\% + 30\% + \frac{1}{2} 40\% = 60\% \text{ των πόλεων.}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

α) $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$, ισοπίθανα, $N(\Omega) = 25$

$$A = \{\kappa \in \Omega / \kappa \text{ πολ / σιο του } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\} \quad N(A) = 8$$

$$B = \{\kappa \in \Omega / \eta f \text{ δεν έχει πραγματικές ρίζες}\}$$

$$\text{Αφού } f(x) = x^2 - \kappa x + 9 \text{ θα πρέπει } \Delta < 0 \Leftrightarrow \kappa^2 - 36 < 0 \Leftrightarrow (\kappa - 6)(\kappa + 6) < 0$$

$$\text{Άρα } -6 < \kappa < 6. \text{ Επειδή όμως } \kappa \in \Omega \text{ θα πρέπει } B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ έτσι } N(B) = 5$$

$$\Gamma = \left\{ \kappa \in \Omega / \text{το } \lim_{x \rightarrow \kappa} \frac{x^2 - \kappa x}{\sqrt{x} - \sqrt{\kappa}} \leq 16\sqrt{\kappa} \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{έχουμε } \lim_{x \rightarrow \kappa} \frac{x^2 - \kappa x}{\sqrt{x} - \sqrt{\kappa}} &= \lim_{x \rightarrow \kappa} \frac{(x^2 - \kappa x)(\sqrt{x} + \sqrt{\kappa})}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{\kappa})^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \kappa} \frac{x(x - \kappa)(\sqrt{x} + \sqrt{\kappa})}{x - \kappa} = \lim_{x \rightarrow \kappa} x(\sqrt{x} + \sqrt{\kappa}) = 2\kappa\sqrt{\kappa} \end{aligned}$$

Άρα έχουμε $2\kappa\sqrt{\kappa} \leq 16\sqrt{\kappa} \Leftrightarrow \kappa \leq 8$.

Επειδή $\kappa \in \Omega$ έχουμε $\Gamma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Άρα $N(\Gamma) = 8$.

β) $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{8}{25} = 32\%$

$$P(\Gamma) = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{8}{25} = 32\%$$

γ) $P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{5}{25} = 20\%$

$$A \cap B = \{3\} \text{ άρα } P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{25} = 4\%$$

δ) ● $P(A \cup B) = P(B) + P(A) - P(A \cap B) = \frac{8}{25} + \frac{5}{25} - \frac{1}{25} = \frac{12}{25} = 48\%$

$$\begin{aligned} \bullet \quad P(A \cup B') &= P(A) + P(B') - P(A \cap B') = \\ &= P(A) + 1 - P(B) - P(A - B) = \\ &= P(A) + 1 - P(B) - [P(A) - P(A \cap B)] = \\ &= P(A) + 1 - P(B) - P(A) + P(A \cap B) = 1 - P(B) + P(A \cap B) = \\ &= 1 - \frac{5}{25} + \frac{1}{25} = \frac{21}{25} = 84\% \end{aligned}$$

$$\bullet \quad P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{25} = 4\%$$

ΣΧΟΛΙΟ: Δεκτές είναι και οι λύσεις με την χρήση των διαγραμμάτων Venn

ΘΕΜΑ 4^ο

α) Αφού η εφαπτομένη στο $K(1, f(1))$ είναι παράλληλη στην (δ) : $y = x + 1$ πρέπει $\lambda_{\varepsilon_K} = \lambda_\delta \Leftrightarrow f'(1) = 1$

$$\text{Έχουμε } f(x) = \frac{P(A \cup B)}{2[P(A) + P(B)]} \cdot x^2 + \frac{P(B - A)}{P(A) + P(B)}$$

$$\text{Άρα } f'(x) = \frac{P(A \cup B)}{P(A) + P(B)} \cdot x \text{ οπότε}$$

$$f'(1)=1 \Leftrightarrow \frac{P(A \cup B)}{P(A)+P(B)}=1 \Leftrightarrow P(A \cup B)=P(A)+P(B)$$

Άρα $P(A \cap B)=0$ και επειδή ο δ.χ. Ω αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα θα είναι και $A \cap B=\emptyset$ δηλαδή τα A και B είναι ασυμβίβαστα.

β) Αφού $\Lambda\left(0, \frac{1}{3}\right) \in C_f \Rightarrow f(0)=\frac{1}{3}$ όμως $f(0)=\frac{P(B-A)}{P(A)+P(B)}$ οπότε

$$\frac{1}{3}=\frac{P(B-A)}{P(A)+P(B)} \Leftrightarrow 3P(B-A)=P(A)+P(B) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3[P(B)-P(A \cap B)]=P(A)+P(B) \Leftrightarrow P(A)=2P(B)$$

όμως

$$P(A \cup B)=P(B)+P(A) \Leftrightarrow 3P(B)=\frac{3}{4} \Leftrightarrow P(B)=\frac{1}{4}$$

Άρα $P(A)=\frac{1}{2}$.

γ) Έχουμε $g(x)=6f(x)-12x+2019$, $x \in \mathbb{R}$ και

$$g'(x)=6f'(x)-12$$
 έτσι

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=2 \Leftrightarrow \frac{P(A \cup B)}{P(A)+P(B)} \cdot x=2 \Leftrightarrow x=2$$

(αφού $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$)

$$g'(x)>0 \Leftrightarrow f'(x)>2 \Leftrightarrow x>2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$			

O.E.

η g παρουσιάζει ελάχιστη τιμή για $x=2$ την $g(2)=6f(2)-24+2019$ όμως

$$f(2)=\frac{P(A \cup B)}{2[P(A)+P(B)]} \cdot 4 + \frac{P(B-A)}{P(A)+P(B)} = \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \text{ άρα } g(2)=2009.$$

δ) Έχουμε $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}$ και $f'(x)=x$

Έστω $y=ax+\beta$ η εφαπτόμενη (ε_K) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f . Πρέπει $a=f'(1)=1$ άρα (ε_K): $y=x+\beta$

Αφού $K(1, f(1)) \in C_f \Leftrightarrow f(1)=1+\beta \Leftrightarrow \beta=-\frac{1}{6}$. Επομένως ε_K :
$$y=x-\frac{1}{6}$$

Είναι $M_i \in (\varepsilon_K) \Leftrightarrow y_i = x_i - \frac{1}{6}$, $i=1, 2, \dots, 10$

Άρα $\bar{y}=\bar{x}-\frac{1}{6}=-\frac{59}{6}-\frac{1}{6}=-10$ και $s_y=s_x=2$ οπότε $CV_y=\frac{s_y}{|\bar{y}|}=\frac{2}{10}=20\%$