



ΤΕΕ Β' ΚΥΚΛΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΖΗΤΗΜΑ 1^ο

Εξετάζουμε ένα δείγμα 25 οικογενειών ως προς τον αριθμό των παιδιών που έχουν. Μερικά αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

αριθμός παι- διών	οικογένειες	σχετικές συχνότητες	αθροιστικές συχνότητες	σχετικές αθροιστικές συχνότητες
x_i	v_i	$f_i \%$	N_i	$F_i \%$
0	3			
1	6			
2	6			
3				
4	2			
Σύνολα	$n = 25$		-	-

- A. Να αντιγράψετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον πίνακα (μονάδες 7)
- B. Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή (μονάδες 7)
- Γ. Να βρείτε τη διακύμανση και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές. (μονάδες 5)
- Δ. Να βρείτε το πλήθος και το ποσοστό των οικογενειών που έχουν:
- i) τουλάχιστον 3 παιδιά.
 - ii) το πολύ 2 παιδιά.
 - iii) ένα μόνο παιδί.
- (μονάδες 6)

ΖΗΤΗΜΑ 2^ο

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 - 1 & , \quad x < 2 \\ 4x - 5 & , \quad x \geq 2 \end{cases}, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R}.$$

- i) Να υπολογίσετε τους αριθμούς $f(0)$, $f(2)$ και $f(3)$. (μονάδες 6)
- ii) Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$. (μονάδες 8)
- iii) Να βρείτε την τιμή του α ώστε η συνάρτηση $f(x)$ να είναι συνεχής για $x = 2$. (μονάδες 6)
- iv) Αν $\alpha = 1$ να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη για $x = 2$. (μονάδες 5)

ΖΗΤΗΜΑ 3^ο

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + \alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

- i) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x)}{x-3}$. (μονάδες 6)
- ii) Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο και ένα τοπικό ελάχιστο. (μονάδες 8)
- iii) Να προσδιορίσετε τις τιμές του α για τις οποίες το τοπικό μέγιστο της f είναι διπλάσιο από το τοπικό ελάχιστο. (μονάδες 6)
- iv) Για $\alpha = 4$ να βρείτε την παράγουσα $F(x)$ της συνάρτησης $f(x)$, για την οποία ισχύει $F(0) = 0$. (μονάδες 5)

ΖΗΤΗΜΑ 4^ο

Η θέση ενός υλικού σημείου (σε m) κάθε χρονική στιγμή t (σε s), δίνεται από τη συνάρτηση $S(t) = t^2 + 18 \cdot \ln(t+1) + 4$, με $t \geq 0$.

- i) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης $S(t)$.
Ποιο φυσικό μέγεθος εκφράζει ο ρυθμός αυτός; (μονάδες 6)
- ii) Να βρείτε την αρχική ταχύτητα του σημείου τη χρονική στιγμή $t = 0$ s. (μονάδες 7)
- iii) Να βρείτε την επιτάχυνση του σημείου τη χρονική στιγμή $t = 5$ s. (μονάδες 4)
- iv) Να βρείτε τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ταχύτητα του κινητού γίνεται ελάχιστη. Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα; (μονάδες 8)

ΧΙΩΤΗΣ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ