



Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

### ΘΕΜΑ 1ο

**A** 1. Τι λέγεται δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης;

**Μονάδες 3**

2. Πώς ορίζεται η διάμεσος ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων; ( $n$  θετικός ακέραιος)

**Μονάδες 4**

**B.** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη, να αποδείξετε ότι:

$$(cf(x))' = cf'(x), c \in \mathbb{R}$$

**Μονάδες 8**

**Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν σαν Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ), γράφοντας στο τετράδιο σας την ένδειξη (Σ) ή (Λ) δίπλα στον αριθμό της ερώτησης.

1. Αν  $A$  είναι το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης  $f$  και υπάρχει  $x_0 \in A$  για το οποίο ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$  τότε η  $f$  δεν είναι συνεχής στο  $A$ .

**Μονάδες 2**

2. Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό της μέγιστο.

**Μονάδες 2**

3. Η διάμεσος της κανονικής κατανομής συμπίπτει με τη μέση τιμή της.

**Μονάδες 2**

4. Ο συντελεστής μεταβολής (CV) είναι μέτρο σχετικής διασποράς.

**Μονάδες 2**

5. Η διακύμανση εκφράζεται με τις μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 + \ln x$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

**Μονάδες 5**

β. Να υπολογίσετε την παράγωγό της.

**Μονάδες 5**

γ. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση δεν έχει ακρότατα.

**Μονάδες 7**

δ. Να υπολογίσετε το όριο:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf'(x) - 3}{x - 1}$

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Ο χρόνος εργασίας 80 υπαλλήλων μιας εταιρείας, που εργάζονται από 5 έως 30 χρόνια, έχει ταξινομηθεί σε 5 ισοπλατείς κλάσεις. Είναι γνωστό ότι το ύψος του ορθογωνίου του ιστογράμματος συχνοτήτων που αντιστοιχεί στην τέταρτη κλάση είναι 30, η συχνότητα της δεύτερης κλάσης είναι τετραπλάσια από τη συχνότητα της τρίτης κλάσης, η σχετική συχνότητα της πρώτης κλάσης είναι 10% και ο αριθμός των υπαλλήλων που εργάζονται τουλάχιστον 15 χρόνια είναι 40.

α. Να παραστήσετε τα παραπάνω δεδομένα σε έναν πίνακα συχνοτήτων (απολύτων, σχετικών, αθροιστικών και αθροιστικών σχετικών).

**Μονάδες 8**

β. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων και το αντίστοιχο πολύγωνο.

**Μονάδες 8**

γ. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που εργάζονται λιγότερο από 23 χρόνια.

**Μονάδες 4**

δ. Πόσα το πολύ χρόνια πρέπει να εργάζεται ένας υπάλληλος, ώστε να είναι μεταξύ των 60 υπαλλήλων με τα λιγότερα χρόνια εργασίας;

**Μονάδες 5**

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Για τα ενδεχόμενα  $A, B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , που αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, είναι

$$N(A) - N(B) = \frac{1}{5}N(\Omega)$$

Έστω  $R$  το εύρος του δείγματος των παρατηρήσεων:

$$P(A), P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

**A.** Να αποδείξετε ότι:

**α.**  $0 < R \leq 1$

**Μονάδες 4**

**β.**  $R = P(A-B) + P(A'-B')$

**Μονάδες 7**

**B.** Αν η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{5P(A)x - 5P(B) - 1}{x - 1}, & \text{αν } x \neq 1 \\ 5P(A \cap B) + 3, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$  είναι συνεχής

στο  $\mathbb{R}$  να αποδείξετε ότι:

**α.**  $P(B) = P(A \cap B) + \frac{2}{5}$

**Μονάδες 7**

**β.**  $R = 1$

**Μονάδες 4**

**γ.**  $P(A \cup B) = 1$  και  $P(A \cap B) = 0$

**Μονάδες 3**