Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ

ΑΛΓΕΒΡΑ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Ενδεικτικές Λύσεις

Α. α. Α -3 Β -1 Γ -6 Δ-4
 β. Σχολικό βιβλίο Σελ.103

Β. α. i) β
 ii) β

 β. α – Σ
 β - Σ
 γ – Σ
 δ –Λ
 ε - Λ

ΘΕΜΑ 2ο

Ενδεικτικές Λύσεις

Α. α) Πρέπει

$$\left.\begin{aligned} P(-2)&=0\\ P(-1)&=-16 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{aligned} 4\alpha-2\beta&=36\\ \alpha-\beta&=6 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \begin{aligned} \alpha&=12\\ \beta&=6 \end{aligned}$$

Άρα $P(x)=2x^3+12x^2+6x-20$

β) Αφού P(-2)=0 άρα -2 ρίζα του P(x). Με Horner έχουμε

$$2(x+2)(x^2+4x-5)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+2=0\\ \text{ή}\\ x+4x-5=0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow x=-2 \quad \text{ή} \quad x=1 \quad \text{ή} \quad x=-5$$

γ) $2(x+2)\,(x^2+4x-5)>0$ με ρίζες -5, -2, 1

x	$-\infty$	-5		-2		1		$+\infty$
x+2	-		-	0	+		+	
x^2+4x-5	+	0	-		-	0	+	
$2(x+2)\,(x^2+4x-5)$	-	0	+	0	-	0	+	

Άρα $x \in (-5,-2) \cup (1,+\infty)$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\varepsilon\varphi x=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x=\kappa\pi-\frac{\pi}{3}, \kappa \in Z$

β. i)

$x_{\kappa+1}-x_{\kappa}=\ldots=\pi$

κ=1 $\pi-\frac{\pi}{3}$ Αποτελούν διαδοχικούς όρους

κ=2 $2\pi-\frac{\pi}{3}$ αριθμητικής προόδου με $\alpha_1=\pi-\frac{\pi}{3}$, $\omega=\pi$

κ=3 $3\pi-\frac{\pi}{3}$

ii). Με τύπους αριθμητικής προόδου

$\alpha_\nu=\alpha_1+(\nu-1)\omega$ με $\alpha_1=\frac{2\pi}{3}$ και $\omega=\pi$

$\alpha_\nu=\frac{2\pi}{3}+(\nu-1)\pi$

$\alpha_\nu=\frac{(3\nu-1)\pi}{3}=\frac{6017\pi}{3} \Leftrightarrow \boxed{\nu=2006}$

ή

$\kappa\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{6017\pi}{3}$

$\frac{(3\kappa-1)\pi}{3}=\frac{6017\pi}{3}$

$3\kappa-1=6017\pi$

$\boxed{\kappa=2006}$

iii) $X_1+X_2+\ldots.+X_{30}=S_{30}=\ldots..=455\pi$

ΘΕΜΑ 4ο

α. Η εξίσωση είναι ισοδύναμη

$$\ell n(2-\eta\mu x)=\ell n3+\ell n(\sigma\upsilon\nu 2x) \Leftrightarrow$$

$$\ell n(2-\eta\mu x)=\ell n(3\sigma\upsilon\nu 2x) \Leftrightarrow 2-\eta\mu x=3(1-\eta\mu^2 x) \Leftrightarrow 6\eta\mu^2 x-\eta\mu x-1=0 \Leftrightarrow \eta\mu x=\frac{1}{2}$$

επειδή $x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$

β.

$$\ell n\alpha+\ell n\alpha^2+\ldots+\ell n\alpha^{100}=5050$$

$$\ell n\alpha(1+2+\ldots+100)=5050$$ Επειδή 1+2+....+100=5050

$$\ell n\alpha=1 \Leftrightarrow \alpha=e$$

γ. f(α). f(β),f(γ) ⟶ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου δηλ για τους $\ell n\alpha, \ell n\beta, \ell n\gamma$ ισχύει

$2\ell n\beta=\ell n\alpha+\ell n\gamma \Leftrightarrow \beta^2=\alpha\gamma \to$ δηλ $\alpha,\beta,\gamma \to$ διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου

δ. $\ell nx\sqrt{\ell nx}+\ell nx-12>0$ $\boxed{\text{Περιορισμός } x\geq 1}$ θέτουμε $\sqrt{\ell nx}=y$ άρα

$$y^3+y^2-12>0 \overset{\text{Horner}}{\Leftrightarrow} (y-2)\underbrace{(y^2+3y+6)}_{\substack{\Delta<0 \\ \text{Πάντα } +}}>0 \Leftrightarrow y>2 \Leftrightarrow \sqrt{\ell nx}>2 \Leftrightarrow \ell nx>4 \Leftrightarrow x>e^4$$