# ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Ο.Ε.Φ.Ε. 2004

## ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
## ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

**α.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 31. Η παράγωγος αθροίσματος.

**β.** 1Λ
2Σ
3Λ
4Λ

**γ.** $\overline{x'} = -2\,\overline{x} = -8$

$R' = \max' - \min' = -2\min + 2\max = 2(\max - \min) = 2R = 20$

$s' = |c|s = 2s = 4$

**δ.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 33. (ο σχετικός πίνακας).

**ΘΕΜΑ 2ο**

**α.** Με το πίνακα διπλής εισόδου ή το δεντροδιάγραμμα του πειράματος βρίσκουμε

$\Omega = \{KM_1, KM_2, KM_3, M_1K, M_1M_2, M_1M_3, M_2K, M_2M_1, M_2M_3, M_3K, M_3M_1, M_3M_2\}$

**β.** $A = \{M_1M_2, M_1M_3, M_2M_1, M_2M_3, M_3M_1, M_3M_2\}$

$B = \{KM_1,\ KM_2,\ KM_3,\ M_1K,\ M_2K,\ M_3K\}$

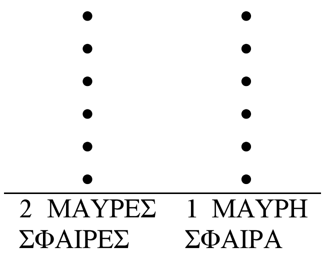
$\Gamma = \{\ \}$

**γ.** Επειδή η αφαίρεση των σφαιρών γίνεται τυχαία ( δες σελίδα 150 Σχόλιο), τα απλά ενδεχόμενα του Ω είναι ισοπίθανα, οπότε από τον κλασικό ορισμό των πιθανοτήτων έχουμε**:**

$P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} = \dfrac{6}{12} = 0{,}5$

$P(B) = \dfrac{N(B)}{N(\Omega)} = \dfrac{6}{12} = 0{,}5$ και $P(\Gamma) = P(\varnothing) = 0$

**δ.**




**ΘΕΜΑ 3ο**

**Α.** Έχουμε: $f'(x) = (2x^2 - 2x + 1)' = 4x - 2$ και

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1/2$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 1/2$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 4x - 2 < 0 \Leftrightarrow x < 1/2$

Επομένως, (κριτήριο $1^{ης}$ παραγώγου) η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $\mathbb{R}$ για $x_o = 1/2$ το

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{2}$$

**Β. α)** Έχουμε $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} t_i}{4} = \frac{P(A)+P(A')+P(\varnothing)+P(\Omega)}{4} = \frac{1+0+1}{4} = \frac{1}{2}$.

Διατάσσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά. Είναι

$P(\varnothing)=0,\quad P(A),\quad P(A'),\quad P(\Omega)=1$ ή $P(\varnothing)=0,\quad P(A'),\quad P(A),\quad P(\Omega)=1$

Σε κάθε περίπτωση η διάμεσος , ως το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων, ισούται με

$$\delta = \frac{P(A)+P(A')}{2} = \frac{1}{2}$$

**β)** Είναι $s^2 = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}(t_i - \overline{x})^2$

$$= \frac{1}{4}\left[(P(A)-\frac{1}{2})^2 + (P(A')-\frac{1}{2})^2 + (P(0)-\frac{1}{2})^2 + (P(\Omega)-\frac{1}{2})^2\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[(P(A)-\frac{1}{2})^2 + (1-P(A')-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^2 + (1-\frac{1}{2})^2\right]$$

$$= \ldots\ldots\frac{1}{4}\left[2P^2(A)-2P(A)+1\right]$$

**γ.** Είναι $s^2 = \frac{1}{4} f\ (P(A))$

Από το α ερώτημα έχουμε: $s^2 \geq \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} \Leftrightarrow s \geq \frac{1}{\sqrt{8}}$ και η ισότητα ισχύει όταν P(A)=1/2. Έτσι,

$$CV = \frac{s}{|\overline{x}|} = \frac{s}{\frac{1}{2}} \geq \frac{\frac{1}{\sqrt{8}}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ώστε, είναι $CV \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ και η ισότητα ισχύει, όταν P(A)=1/2, που δίνει P(A') = 1–P(A) = ½, δηλαδή, ισοδύναμα, όταν P(A)=P(A')

**ΘΕΜΑ 4ο**

**Α.** Έστω, x η συχνότητα της πρώτης κλάσης και y της τρίτης κλάσης. Για τα κέντρα και τις συχνότητες των κλάσεων έχουμε:

| $x_i$ | $v_i$ |
|---|---|
| –3 | x |
| –1 | 3x |
| 1 | y |
| 3 | 5x |
| ΣΥΝΟΛΟ | 9x+y |

Είναι: $\overline{x} = \frac{\Sigma x_i\ v_i}{v} = \frac{-3x-3x+y+15x}{9x+y} = \frac{9x+y}{9x+y} = 1$

**Β. α)** Με  y =x, από τον τύπο  $f_i\,\% = \frac{\nu_i}{\nu}\,100\%$  βρίσκουμε

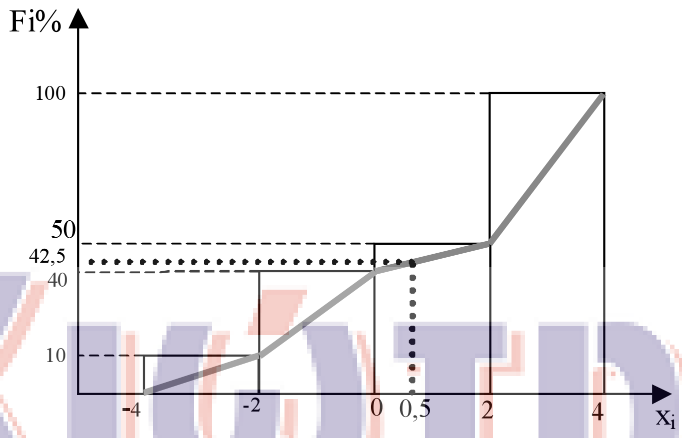
$f_1\% = \frac{x}{10x}\,100\% = 10\%$

$f_2\% = \frac{3x}{10x}\,100\% = 30\%$

$f_3\% = \frac{x}{10x}\,100\% = 10\%$

$f_4\% = \frac{5x}{10x}\,100\% = 50\%$

Έτσι, συμπληρώνουμε την τέταρτη στήλη του δοσμένου πίνακα. Το ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων και το ζητούμενο πολύγωνο φαίνονται στο επόμενο σχήμα.






β) Η διάμεσος αντιστοιχεί στην παρατήρηση, που έχει αθροιστική συχνότητα 50%. Έτσι, είναι η τετμημένη του σημείου του πολυγώνου των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων, που έχει τεταγμένη 50. Βρίσκουμε $\delta = 2^0$C.

γ) Το ποσοστό των ψυγείων με θερμοκρασία μικρότερη ή ίση της τιμής $0{,}5^0$C είναι η αθροιστική συχνότητα της τιμής $0{,}5^0$C. Από το σχήμα του Βα ερωτήματος το εκτιμάμε σε 42,5%. Επομένως το $(100 - 42{,}5)\% = 57{,}5\%$ των ψυγείων έχει θερμοκρασία μεγαλύτερη από $0{,}5^0$C.