

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} a + e^x / x - 2 & x \in (-\infty, 0] \\ \ln(1-x) + 2x^2 & x \in (0, 1) \end{cases}$$

α) Να προσδιορίσετε την τιμή του a ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 0$
(Μονάδες 7)

β) Να μελετήσετε τη μονοτονία της f στο διάστημα $(0, 1)$ και να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατά της.
(Μονάδες 7)

γ) Να εξετάσετε αν υπάρχει σημείο $A(x_0, f(x_0))$ της γραφικής παράστασης C_f της συνάρτησης f με το $x_0 \in (-\infty, 0]$ τέτοιο ώστε η εφαπτομένη της C_f στο σημείο A να είναι παράλληλη προς τον x' .
(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 2^ο

Σε ένα κουτί υπάρχουν 50 μπαλάκια αριθμημένα από το 1 έως το 50. Αν ο Μιχάλης τραβήξει τυχαία έναν αριθμό που διαιρείται με το 2 κερδίζει ένα βιβλίο, ενώ αν τραβήξει έναν αριθμό που διαιρείται με το 5 κερδίζει ένα CD. Να βρείτε την πιθανότητα για καθένα από τα επόμενα ενδεχόμενα.

A: Θα κερδίσει ένα βιβλίο.
(Μονάδες 4)

B: Θα κερδίσει ένα βιβλίο ή ένα CD.
(Μονάδες 4)

Γ: Θα κερδίσει ένα βιβλίο και ένα CD.
(Μονάδες 4)

Δ: Θα κερδίσει μόνο ένα βιβλίο.
(Μονάδες 4)

E: Δε θα κερδίσει ούτε βιβλίο ούτε CD.
(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $[0, +\infty)$ για την οποία ισχύει:

$$4f(x) + 4 = \sqrt{x+12} + f(x) \cdot 2\sqrt{x}. \text{ Να βρεθεί η } f(x).$$

(Μονάδες 10)

B. Δίνονται οι συν
δείξετε ότι οι εφο
μεταξύ τους.
 $g(x) = (x-1)^2$. Να
τών είναι κάθετες

(Μονάδες 10)

Θέμα 8^ο

Μια επιχείρηση έχει προς ενοικίαση αυτοκίνητα για τα οποία ο μέσος χρόνος λειτουργίας τους πριν την εμφάνιση της πρώτης βλάβης είναι 12 μήνες με τυπική απόκλιση 3 μήνες.

i) Να αποδείξετε ότι το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

(Μονάδες 10)

ii) Αν η επιχείρηση έχει φροντίσει (βελτιώνοντας τη συντήρηση κλπ.) να μεγαλώσει τον χρόνο λειτουργίας κάθε αυτοκινήτου πριν την εμφάνιση της πρώτης βλάβης κατά c μήνες, να βρείτε την ελάχιστη τιμή του c για την οποία το δείγμα θα ήταν ομοιογενές.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 9^ο

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες 5)

β) Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 7)

γ) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{A}B\hat{\Gamma}$ ($\hat{A} = 90^\circ$) όπου $AB = x$ μονάδες μήκους και $A\hat{\Gamma} = 1$ μονάδα μήκους.

Κατασκευάζουμε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις x και y , όπου $y = B\hat{\Gamma} + AB$ ($B\hat{\Gamma}$, AB τα μήκη των πλευρών του τριγώνου $\hat{A}B\hat{\Gamma}$)

Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού του ορθ. παρ. ως προς x , όταν $x = \sqrt{3}$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 10^ο

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων - σχετικών συχνοτήτων.

x_i	v_i	f_i	$f_i \%$	N_i	F_i	$F_i \%$
1					0,1	
2		0,1		8		
3						50
4						
Σύνολο						

(Μονάδες 20)