ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

1α, 2γ, 3δ, 4γ, 5 αΛ, βΛ, γΣ, δΣ, 6 αΣ, βΛ, γΣ, δΛ

ΘΕΜΑ 2ο

1. Οι δύο κανόνες είναι ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff και ο κανόνας του Lenz.

Ο δεύτερος κανόνας του Kirchoff διατυπώνεται ως εξής:

Κατά μήκος ενός κλειστού κυκλώματος που διαρρέεται από ρεύμα, το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού είναι μηδέν.

Ο κανόνας του Lenz διατυπώνεται ως εξής:

Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά, ώστε να αντιστέκεται στην αιτία που το προκαλεί.

2. Στην έκφραση του συντελεστή ισχύος ενός κυκλώματος, η διαφορά φάσης θ μεταξύ της τάσης V που εφαρμόζεται στα άκρα του κυκλώματος και της έντασης του ρεύματος I που διαρρέει το κύκλωμα λαμβάνεται χωρίς το πρόσημό της. Επομένως, από τη σχέση $συν\theta = \frac{1}{2}$ συμπεραίνουμε ότι μπορεί να είναι $\theta = \frac{\pi}{3}$ ή $\theta = -\frac{\pi}{3}$. Όταν είναι $\theta = \frac{\pi}{3}$, η τάση V προηγείται της έντασης του ρεύματος I και η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι επαγωγική. Όταν $\theta = -\frac{\pi}{3}$, η ένταση του ρεύματος I προηγείται της τάσης V και η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι χωρητική.

Άρα, σωστές είναι οι προτάσεις α) και β).

3. Προφανώς, υπάρχει αρχική φάση, έστω φ_0. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος είναι:

$$x = x_0 ημ(\omega t + \varphi_0) \qquad (1)$$

Για $t=0$ και $x=0$ η εξίσωση (1) γράφεται:

$$0=x_0 \eta\mu\varphi_0 \quad \text{ή} \quad \eta\mu\varphi_0=0 \quad \text{ή} \quad \begin{cases}\varphi_0=0\\ \varphi_0=\pi\end{cases}$$

Η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0$ είναι:

$$\upsilon=\upsilon_0 \sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_0) \quad \text{ή, για } t=0, \quad \upsilon=\upsilon_0 \sigma\upsilon\nu\varphi_0$$

Για $\varphi_0=0$ είναι $\upsilon=\upsilon_0>0$. Για $\varphi_0=\pi$ είναι $\upsilon=-\upsilon_0<0$. Άρα, δεκτή είναι η τιμή $\varphi_0=\pi$.

Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι:

$$x=x_0 \eta\mu(\omega t+\pi)$$

$$\upsilon=\omega x_0 \sigma\upsilon\nu(\omega t+\pi)$$

$$\alpha=-\omega^2 x_0 \eta\mu(\omega t+\pi)$$

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Από την εξίσωση της τάσης έχουμε:

$$V_0=400\sqrt{2}\,V \quad \text{και} \quad \omega=200\frac{rad}{s}$$

Από την εξίσωση της έντασης του ρεύματος έχουμε:

$$I_0=2A$$

Έστω Z η εμπέδηση του κυκλώματος και θ η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης στα άκρα του κυκλώματος και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

Από το νόμο του Ohm έχουμε:

$$Z=\frac{V_0}{I_0} \quad \text{ή} \quad Z=\frac{400\sqrt{2}V}{2A} \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{Z=200\sqrt{2}\,\Omega}$$

Η διαφορά φάσης θ είναι:

$$\theta=\theta_V-\theta_I \quad \text{ή} \quad \theta=200t-(200t+\frac{\pi}{4}) \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\theta=-\frac{\pi}{4}}$$

Β. Έστω Z_C η εμπέδηση του πυκνωτή. Ισχύει:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{-Z_C}{R} \quad ή \quad \varepsilon\varphi(-\frac{\pi}{4}) = -\frac{Z_C}{R} \quad ή \quad -1 = -\frac{Z_C}{R} \quad ή$$

$$ή \quad Z_C = R \qquad (1)$$

Ισχύει, επίσης:

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \quad ή, \text{ λόγω της (1)}, \; Z = \sqrt{R^2 + R^2} \quad ή \quad Z = R\sqrt{2} \quad ή$$

$$ή \quad R = \frac{Z}{\sqrt{2}} \quad ή \quad R = \frac{200\sqrt{2}\,\Omega}{\sqrt{2}} \quad ή \quad \boldsymbol{R = 200\,\Omega}$$

Από την (1) έχουμε:

$$Z_C = R \quad ή \quad \frac{1}{\omega C} = R \quad ή \quad C = \frac{1}{\omega R} \quad ή$$

$$ή \quad C = \frac{1}{2\cdot 10^2\,\frac{1}{s}\cdot 2\cdot 10^2\,\Omega} \quad ή \quad C = \frac{1}{4\cdot 10^4}\,F \quad ή \quad \boldsymbol{C = 25\,\mu F}$$

Γ.

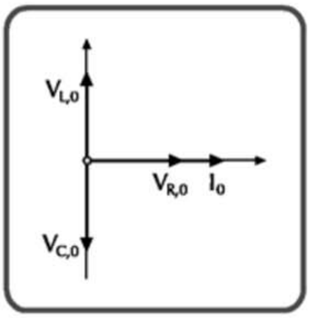
Γ1. Έστω L ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου που πρέπει να συνδεθεί, ώστε ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος να γίνει ίσος με τη μονάδα, δηλαδή το κύκλωμα να βρεθεί σε κατάσταση συντονισμού. Από τη συνθήκη συντονισμού έχουμε:

$$L\omega = \frac{1}{\omega C} \quad ή \quad L = \frac{1}{\omega^2 C} \quad ή \quad L = \frac{1}{\left(2\cdot 10^2\,\frac{1}{s}\right)^2\cdot 25\cdot 10^{-6}\,F} \quad ή$$

$$ή \quad L = \frac{1}{4\cdot 10^4\cdot 25\cdot 10^{-6}} \quad ή \quad \boldsymbol{L = 1H}$$

Γ2. Σύμφωνα με τη θεωρία, κατά το συντονισμό ισχύει:

$$V_{L,0} = V_{C,0}$$

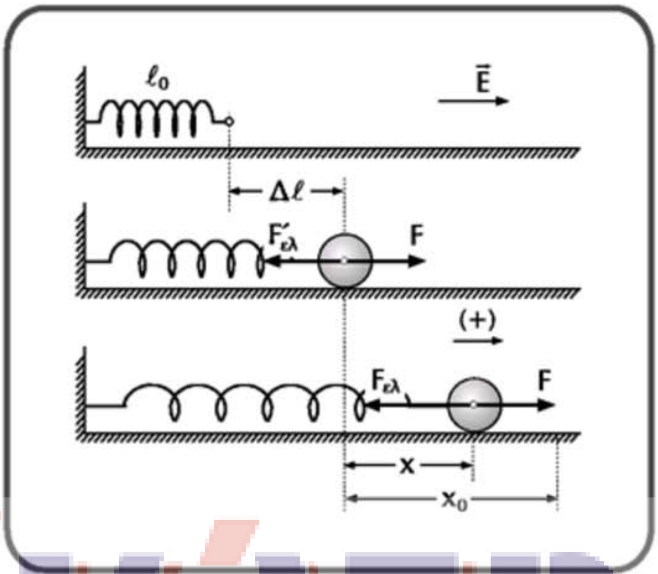


Επειδή η τάση στο πηνίο προηγείται της τάσης στον πυκνωτή κατά π rad, κατά το συντονισμό η συνισταμένη των διανυσμάτων $\vec{V}_{L,0}$ και $\vec{V}_{C,0}$ θα είναι μηδέν. Άρα:

$$V_{LC,0} = 0 \quad ή \quad \boldsymbol{V_{LC,\varepsilon\nu} = 0}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α.



Η σφαίρα αρχικά ισορροπεί με την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου $F'_{ελ} = K\Delta\ell$ και της δύναμης από το ηλεκτρικό πεδίο $F = Eq$. Ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad ή \quad K\Delta\ell = Eq \qquad (1)$$

Θεωρούμε τη φορά προς την οποία έγινε η εκτροπή της σφαίρας ως θετική. Όταν η σφαίρα βρίσκεται σε μια τυχαία απομάκρυνση x, η δύναμη που δέχεται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου είναι:

$$\Sigma F = -F_{ελ} + F \quad ή \quad \Sigma F = -K(\Delta\ell + x) + Eq \quad ή$$

$$ή \quad \Sigma F = -K\Delta\ell - Kx + Eq \quad ή, \text{ λόγω της (1)}, \quad \Sigma F = -Kx$$

Επειδή K = *σταθερό*, η τελευταία σχέση δηλώνει ότι η δύναμη επαναφοράς ΣF που ασκείται στη σφαίρα είναι ανάλογη προς την απομάκρυνση x και έχει φορά τέτοια, ώστε να τείνει να φέρει το σώμα σε θέση ισορροπίας. Επομένως, η σφαίρα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με $D = K$.

β. Η περίοδος της ταλάντωσης της σφαίρας είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad \text{ή, για } D = K, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{10^{-1}\,Kg}{10^{3}\,\frac{N}{m}}} \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{10^{-4}}\,s \quad \text{ή} \quad T = 2\pi 10^{-2}\,s \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{T = \frac{\pi}{50}\,s}$$

γ. Για μια τυχαία απομάκρυνση x $(x>0)$ της σφαίρας ισχύει:

$$\Sigma F = -Kx \quad \text{ή} \quad -F_{\varepsilon\lambda} + Eq = -K x_0 \eta\mu\omega t \quad \text{ή} \quad F_{\varepsilon\lambda} = Eq + Kx_0\eta\mu\omega t \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad F_{\varepsilon\lambda} = 2\cdot 10^5\,\frac{N}{m}\cdot 10^{-3}\,C + 10^3\,\frac{N}{m}\cdot 0{,}1m\cdot \eta\mu 100t \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad \boldsymbol{F_{\varepsilon\lambda} = 200 + 100\eta\mu 100t} \ \text{(S.I.)}$$

δ. Έστω x_0' το νέο πλάτος της ταλάντωσης της σφαίρας. Η ενέργεια του συστήματος τη στιγμή που καταργείται το ηλεκτρικό πεδίο είναι:

$$E_{o\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}K\Delta\ell^2 \qquad (1)$$

Επειδή είναι $\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}Kx_0^2$, η σχέση (1) γράφεται:

$$E_{o\lambda} = \frac{1}{2}Kx_0^2 + \frac{1}{2}K\Delta\ell^2 \qquad (2)$$

Η ενέργεια του συστήματος, όταν το σώμα φθάνει στη μέγιστη θετική απομάκρυνσή του x_0', είναι:

$$E_{o\lambda} = \frac{1}{2}Kx_0'^2 \qquad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}Kx_0'^2 = \frac{1}{2}Kx_0^2 + \frac{1}{2}K\Delta\ell^2 \quad \text{ή} \quad x_0 = \sqrt{x_0^2 + \Delta\ell^2} \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad x_0 = \sqrt{(10^{-1}m)^2 + (2\cdot 10^{-1}m)^2} \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{x_0 = \sqrt{5}\cdot 10^{-1}\,m}$$